

Composition de Mathématiques 1, Filière MP

Rapport de MM. Emmanuel GERMAIN et Bertrand MONTHUBERT, correcteurs.

Commentaire général

Le thème général du sujet était l'étude de deux opérateurs sur des fonctions de classe C^n , l'un étant un opérateur de multiplication, l'autre étant un opérateur intégral, amenant à une preuve du théorème de Taylor avec reste intégral.

Les premières questions étaient aisées, les difficultés commençant essentiellement à la question 5, mais surtout à la question 7. Celle-ci reposait sur un changement de variables habile. Les candidats savaient que cette question conduisait à la formule de Taylor avec reste intégral, ce qui donnait une indication sur le résultat à obtenir. Malheureusement il semble que cette formule soit très mal connue puisque de nombreux candidats ont « obtenu » une formule erronée pour φ_n .

La question 8 était un corollaire de la question 7, et la question 9 pouvait être traitée en admettant les résultats des question 2 et 5, de très nombreux candidats ne s'en sont pas privés.

Puis le sujet abordait des questions de dualité dans des espaces infinis.

Les connaissances à maîtriser étaient essentiellement classiques (intégrales dépendant d'un paramètre, théorème de Fubini...) sauf en ce qui concerne la dualité en dimension infinie, où il s'agissait d'ailleurs de trouver les résultats sans faire appel à des résultats importants.

La réaction des candidats à ce sujet a été assez faible, la question 7 constituant un obstacle qui fut rarement surmonté. Toutefois, un traitement correct des 6 premières questions conduisait à une note nettement au-dessus de la moyenne... qui est de 8??.

En ce qui concerne la rédaction, nous devons malheureusement rappeler une fois encore le conseil de base : il faut utiliser le brouillon ! Par ailleurs, il est important de se soucier de la cohérence des résultats entre eux. Ainsi, un candidat qui trouve que $AB = BA = Id$ (ce qui est faux) dans la question 6a, et qui dans la question 6b trouve une image de A différente de E ou un noyau de B différent du singleton nul, devrait s'en inquiéter...

Enfin, rappelons qu'une réponse correcte à une question revient non seulement à trouver le résultat mais aussi à le démontrer, les arguments d'autorité (« on a clairement », « on intuite »...) ne sont pas pris en compte.

Statistiques

Notes éliminatoires : 6 soit 0,39%

Notes maximales : 7 soit 0,45%

Les notes des candidats français se répartissent selon le tableau suivant :

$0 \leq N < 4$	119	8,5%
$4 \leq N < 8$	561	40,1%
$8 \leq N < 12$	466	33,3%
$12 \leq N < 16$	212	15,2%
$16 \leq N \leq 20$	40	2,9%
Total	1398	100 %
Nombre de copies : 1398		
Note moyenne 8,54		
Écart-type : 3,54		

Analyse question par question

1. Pas de difficulté sur ce calcul simple.
2. L'argumentation en ce qui concerne B_n a souvent été confuse, laissant parfois entrevoir une hésitation sur la valeur de la dérivée de la fonction composée $g'(xt)$. Les résultats à trouver étaient donnés, la question fut donc plutôt bien traitée même si des candidats ont mal compris qu'il fallait majorer chaque dérivée k -ième.
3. Beaucoup d'erreurs dans cette question dues à une mauvaise compréhension du produit des opérateurs.
4. Les questions a et b ont été globalement bien traitées, la question c moins bien. Sur-tout, presque personne ne s'est rendu compte que pour conclure il fallait démontrer que f^n était continue et pas uniquement que f était dérivable n fois en 0...
5. La question a a posé certaines difficultés, avec des confusions entre croissance et convexité. La question b a été souvent mal traitée, notamment la preuve de $(ii) \Rightarrow (i)$ qui supposait soit de bien manipuler les ε , soit d'utiliser correctement (en justifiant les hypothèses!) le théorème de convergence dominée.
6. La question a était voisine de la question 3, quant à la partie b elle posait peu de difficultés. Pourtant, de nombreux candidats ont oublié une partie de la démonstration, comme de signaler que les fonctions constantes sont dans le noyau de B .
7. La question a était difficile, il fallait appliquer le théorème de Fubini sur le bon domaine, ce qui a rarement été fait. Beaucoup de candidats ont deviné quelle était la réponse, qui était suggérée plus loin, et ont tenté de la justifier en faisant des erreurs.

Les questions b et c pouvaient être traitées sans avoir répondu à la question a, toutefois la récurrence de c a souvent été mal posée.

8. Cette question nécessitait d'avoir bien compris le résultat de la question précédente ; dès lors elle ne posait plus de difficulté.
9. La continuité n'a pas toujours été démontrée avec suffisamment de soin.
10. Cette question a été très peu traitée, sauf par morceaux. Elle nécessitait une bonne compréhension de la dualité.
11. Question très peu traitée, bien que peu difficile... si les questions précédentes étaient faites !
12. Si un nombre important de candidats ont montré que la somme des noyaux est contenue dans le noyau du produit, l'inclusion réciproque a rarement été traitée correctement.
13. Rarement traitée.