1 – CHAINES DE SOLIDES

Fermetures diverses et variées

* Fermeture géométrique : $\vec{OO} = 0$; $(\vec{x}_0, \vec{x}_0) = 0$ en 2D et $M_{0/0} = I_3$ en 3D.
* Fermeture cinématique : $\sum \nu = 0$.
* Fermeture statique : $\sum \tau = 0$.

Torseurs

* Torseur cinématique $\nu = \left\{ \begin{matrix} \text{vecteur rotation instantané } \vec{\Omega} \\ \text{vitesse } \vec{v}_A \end{matrix} \right\}$.
* Torseur d'action mécaniques $\tau = \left\{ \begin{matrix} \text{résultante } \vec{R} \\ \text{moment } \vec{m}_A \end{matrix} \right\} = {}_O\left\{ \begin{matrix} X & L_O \\ Y & M_O \\ Z & N_O \end{matrix} \right\}$ lié aux forces $\vec{f}_i$.
* Torseur dynamique $\mathcal{D} = \left\{ \begin{matrix} \text{résultante dynamique } \vec{S} \text{ ou } \vec{R}_d \\ \text{moment dynamique } \vec{D}_A \text{ ou } \vec{\delta}_A \end{matrix} \right\}$ lié aux $m\vec{a}_{(M_i/R)}$.
* Torseur cinétique $C = \left\{ \begin{matrix} \text{quantité de mouvement } \vec{P} \text{ ou } \vec{R}_c \\ \text{moment cinétique } \vec{L}_A \text{ ou } \vec{\sigma}_A \end{matrix} \right\}$ lié aux $m\vec{v}_{(M_i/R)}$.

Trouver l'axe central d'un torseur à partir d'un point quelconque A : $\vec{AI}_0 = \dfrac{\vec{R} \wedge \vec{m}_A}{\vec{R}^2}$

Mécanismes classiques

"3 barres" : 3 pivots → hyperstatique de degré 3 ; à remplacer par 1 pivot, 1 sphérique, 1 pivot glissant.
"4 barres" : 4 pivots → hyperstatique de degré 3 ; à remplacer par 2 pivots et 2 sphériques voisines. ($m_i = 1$)
"treuil" : 2 pivots de même axe → hyperstatique de degré 4 ; à remplacer par 1 sphérique et 1 sphère cylindre

Statique graphique

* Trouver les solides soumis à 2 glisseurs → on connaît leur direction.
* Les solides soumis à 3 glisseurs ont leurs torseurs concourants (ou parallèles).

Relations de mobilité

$h - m = 6\mu - \sum IC$

où μ = nombre de liaisons – nombre de solides + 1 = nombre cyclomatique = nb de chaînes indépendantes

$h - m = \sum IS - 6(\text{nb solides} - 1)$ (☠ remplacer 6 par 3 pour du 2D)

$m = m_{utile} + m_{interne}$. m se devine.(On compte le bâti dans le nombre de solides).

Misc

Mécanisme plan : un mécanisme est plan si au cours du mouvement, tous les points restent dans des plans parallèles.

Trains simples ou épicycloïdaux : la relation magique est $\dfrac{\omega_s - \omega}{\omega_e - \omega} = (-1)^{n_{ext}} \dfrac{\prod Z_{\text{roues menantes}}}{\prod Z_{\text{roues menées}}}$.

n_{ext} est le nombre d'engrenages externes, ω correspond au porte satellite (nul s'il ne s'agit pas d'un train épicycloïdal).
Dans un train épicycloïdal classique, la seule rotation que l'on ne peut pas récupérer est celle du satellite.

Courroie : $R_1 \vec{\Omega}_{1/0} = R_2 \vec{\Omega}_{2/0}$.

Vis droites : ce sont les plus courantes. Normalement, la partie tournante et la partie se translatant coïcident. Dans ce cas, on peut utiliser les règles d'orientations de l'espace. Dans le cas contraire, ajouter un –.

2 – GENERALITES

Procédé : la manière globale de faire un produit (donné dans un énoncé)
Processus : organisation des tâches pour avoir une bonne productivité (à améliorer, étudier)
Procédure : liste d'instructions.
Actionneurs hydrauliques : moins propre, gamme moins large, plus cher, meilleur rapport puissance/poids que les moteurs électriques. Pression : 200 à 500 bars. (pneumatique : ~ 6 bar). Servocommande...
Occurrence d'un événement : $\uparrow$a est un événement (comme noël). Mais noël 2000 est l'occurrence d'un événement.
Loi de commande en vitesse : $\sin^3$ est utilisé pour simuler un trapèze C^∞ (mieux que des échelons).

3 – LOGIQUE COMBINATOIRE ET SEQUENTIELLE

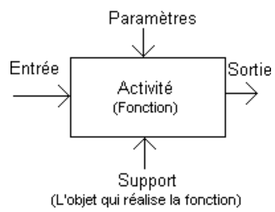
Distinction ensemble / système : un système est un ensemble d'objets + des relations.
Distinction partie commande / partie opérative.

Différents types d'information

<table>
<tr><td>Analogique</td><td colspan="3">Logique (TOR : Tout Ou Rien)</td><td>Numérique</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Commande linéaire éventuellement asservie</td><td>Combinatoire
Sortie = f(entrées)</td><td colspan="2">Séquentiel
Sortie = f(entrées + qqc d'autre)</td><td rowspan="2">Rien au programme</td></tr>
<tr><td>Tableau de Karnaugh (code Grey)
"Nombre de mots" = nombre de termes dans la somme.</td><td>Mémoire, ou relais :
$R = \overline{\text{mise à zéro}}\,(\text{mise à un} + r)$</td><td>Grafcet</td></tr>
</table>

Dessins divers

♦ SADT : System Analysis Design Technic (description fonctionnelle).
"Si on hésite entre entrée et paramètre, et ben c'est un paramètre".
Distinguer les données (entrée, sortie, paramètre) et les objets (support).
Numérotation : A – 0, A0, A1, A11, A111, etc...



♦ FAST : Function Analysis System Technic. Mettre des verbes à l'infinitif trouvés dans l'énoncé. Vers la gauche : pourquoi ; vers la droite : comment ?
La dernière colonne donne les solutions techniques.

♦ Chronogramme : on peut utiliser des pondérations (2^k) pour déterminer si un système est séquentiel ou combinatoire. Il permet de trouver un grafcet simple.

♦ Schéma à contacts : on peut placer des mémoires (carrés). Dedans, $\vec{g}$ est dirigé vers le bas. On n'écrit jamais $\bar{a}$.

♦ Logigramme : fonctions & (et) ; = 1 (xou) ; ≥ 1 (ou) ; 1 (oui) avec la possibilité de rajouter des négations ○.

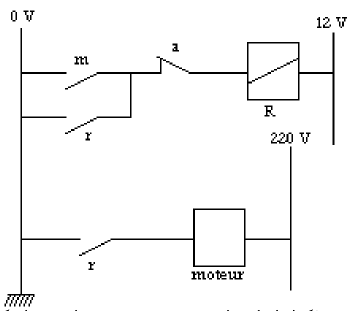
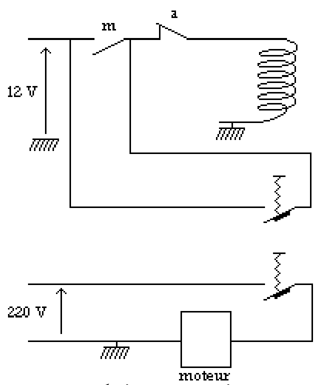
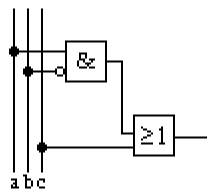


Schéma à contacts : priorité à l'arrêt



Le relais en pratique



Logigramme : codage de $a\bar{b} + c$.

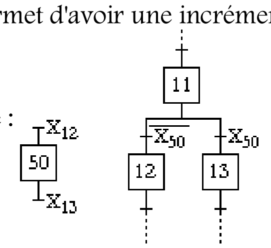
Les 5 règles du Grafcet

① Ca commence par le début.
② Une transition est validée ⇔ <u>toutes</u> les étapes précédentes sont actives. Le franchissement s'effectue si la transition est validée et la réceptivité est vraie (il est alors obligatoire).
③ Le franchissement d'une transition implique l'activation de toutes les étapes suivantes, et la désactivation des étapes précédentes.
④ Des transitions simultanément franchissables sont simultanément franchies
⑤ Une étape est simultanément activée et désactivée, alors elle reste active.

Généralités sur le Grafcet

∗ Alternance étapes / transitions
∗ Graphe des situations accessibles. Par ex, $\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ (20) $\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$ (20) $\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ (22) (24) . Il permet de trouver la cadence d'un processus périodique.
∗ Deux variables d'entrée (a ou b, ici) ne peuvent changer simultanément d'état.
∗ Réceptivités :
X_i : étape i active
cpt=n : le compteur a atteint n.
t_1 / e / t_2 : devient vrai quand e reste à 1 pendant t_1 ; quand e tombe à 0, reste vrai encore pendant t_2.
$\uparrow$a : le front montant est juste à l'intérieur de la zone a=1.
$\downarrow$a : le front descendant est juste dans la zone a = 0.
∗ Actions : Actions conditionnelles : $\boxed{1}$–$\boxed{\text{Si a : F}}$. On a $F = X_1.a$.
RAZ de compteur
∗ Compteur : $\begin{array}{r} X_0 \rightarrow \\ X_2\, a_0 \rightarrow \end{array}\boxed{\begin{array}{l}\text{RAZ}\\ \text{INC}\end{array}\ \boxed{\text{CPT}}\ \text{cpt=n}} \rightarrow$ cpt=n. Avec a_0 suffisante aux réceptivités succédant X_2.
Rajouter a_0 permet d'avoir une incrémentation de durée nulle.

∗ Technique de bascule :



∗ Divergence OU : Les transitions sont après la divergence et avant la convergence.
S'arranger pour qu'une seule réceptivité ne puisse être vraie en même temps.
∗ Divergence ET : Les 2 transitions sont avant la divergence et après la convergence.
∗ Macroétape : la transition qui suit n'est pas forcément validée dès le commencement de la macroétape.
Ça ne gène personne qu'une macroétape reste active plus longtemps que sa durée (si la réceptivité suivante n'est pas vraie).
∗ Forcer : $\boxed{1}$–$\boxed{\boxed{F / G_i(S_i)}}$ Force le grafcet G_i à la situation S_i. Tant que l'étape 1 est active, la situation de G_i est S_i.
∗ Il y a 2 types de grafcet :

– ceux qui décrivent une fonction (monotâche, sans divergence ET).
Pour faire le grafcet, on peut commencer par l'unique étape initiale $\boxed{\boxed{0}}$.
– ceux qui décrivent un processus (multitâche, avec divergence ET).
Ce sont les grafcets que l'on peut rendre "plus rapide".
Pour faire le grafcet, on commence par le tableau des antériorités :

Débute si (avant)	Tâche	Autorise (Après)
T2 + T3	T1	T2 + T3
T1 & T3	T2	T1 & T3
T1 & T2	T3	T1 & T2

Commencer par remplir les cases "autorise" ; on peut en déduire après les cases débute si.
Pour les + et & : se référer au fonctionnement.

A partir d'un tel tableau, on peut dessiner des bouts de Grafcet pour après jouer au puzzle.
Le & se remplace par une connection en ET, et le + en OU, vers les étapes intermédiaires.
Par convention, on note 21 l'étape entre 2 et 1. Vérifier qu'il y a un nombre pair de ce type d'étapes.
On peut éliminer parfois de telles étapes dans le grafcet final.
On trouve alors les étapes initiales.

4 – Dynamique

Champ des accélérations

Théorème de Varignon : $\vec{v}_{AS/R} = \vec{v}_{BS/R} + \vec{\Omega}_{S/R} \wedge \vec{BA}$.

Loi de Boor : $\dfrac{d\vec{U}}{dt/R_1} = \dfrac{d\vec{U}}{dt/R_2} + \vec{\Omega}_{R_2/R_1} \wedge \vec{U}$.

Relation entre 2 éléments du champ : $\boxed{\vec{a}_{AS/R} = \vec{a}_{BS/R} + \dfrac{d\vec{\Omega}_{S/R}}{dt} \wedge \vec{BA} + \vec{\Omega}_{S/R} \wedge (\vec{\Omega}_{S/R} \wedge \vec{BA})}$

Il n'y a donc pas de torseur d'accélération ; ce n'est pas un champ de moment.

Composition des vitesses : $\vec{v}_{MS/R} = \vec{v}_{MS/R_1} + \vec{v}_{MR_1/R}$.

Composition des accélérations : $\boxed{\vec{a}_{MS/R} = \vec{a}_{MS/R_1} + \vec{a}_{MR_1/R} + 2\,\vec{\Omega}_{R_1/R} \wedge \vec{v}_{MS/R_1}}$.

Dynamique du solide indéformable

Dans le bilan des actions mécaniques extérieures, ne pas oublier :

∗ les actionneurs (moteurs) $\mathcal{C}_m$ ∗ les actions de liaison ∗ le poids ∗ oublier l'inertie

Principe fondamental de la dynamique : $\exists\, R_g,\ \mathcal{D}_{\Sigma/R_g} = \tau_{AME \to \Sigma}$.

Théorème de la résultante dynamique : $\vec{R}_d = \sum \vec{F}_{AME \to \Sigma}$.

Théorème du moment dynamique : $\vec{\delta}_A = \sum \vec{m}_{A\ AME \to \Sigma}$.

Cas où $\mathcal{D}$ est nul : $\mathcal{D} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = 0$ ou $m = 0$.

Forces d'inertie : $\mathcal{D}_{G\ \Sigma/R} = -\,\tau_{inertie \to \Sigma/R}$ (se méfier)

Composition des torseurs cinétiques : $\mathcal{C}_{\Sigma/R} = \mathcal{C}_{\Sigma/R_1} + \mathcal{C}_{R_1/R}$.

Composition des torseurs dynamiques : $\mathcal{D}_{\Sigma/R} = \mathcal{D}_{\Sigma/R_1} + \mathcal{D}_{R_1/R} + \mathcal{D}_{Coriolis}$.

Cinétique du solide indéformable

Relation entre les éléments de réduction de $\mathcal{C}$ et de $\mathcal{D}$: $\vec{R}_{d\ \Sigma/R} = \dfrac{d\vec{R}_{c\ \Sigma/R}}{dt/R}$

$$\boxed{\vec{\delta}_{A\ \Sigma/R} = \frac{d\vec{\sigma}_{A\ \Sigma/R}}{dt/R} + m_\Sigma\, \vec{v}_{A\ \Sigma/R} \wedge \vec{v}_{G\ \Sigma/R}}$$

Expressions avec le centre de gravité : $\vec{R}_{c\ \Sigma/R} = m_s\, \vec{v}_{G\ S/R}$.

$\vec{R}_{d\ \Sigma/R} = m_s\, \vec{a}_{G\ \Sigma/R}$.

$\vec{\sigma}_{G\ \Sigma/R} = \iiint_\Sigma \vec{GM} \wedge (\vec{\Omega}_{\Sigma/R} \wedge \vec{GM})\, dm$

Pointeur d'inertie : $\vec{J}_G(s, \vec{u}) = \iiint_\Sigma \vec{GM} \wedge (\vec{u} \wedge \vec{GM})\, dm$

Matrice d'inertie : $$\left[\vec{J}_G(\Sigma)\right] = \begin{bmatrix} \iiint_\Sigma (Y^2 + Z^2)\, dm & -\iiint_\Sigma XY\, dm & -\iiint_\Sigma XZ\, dm \\ -\iiint_\Sigma XY\, dm & \iiint_\Sigma (X^2 + Z^2)\, dm & -\iiint_\Sigma YZ\, dm \\ -\iiint_\Sigma XZ\, dm & -\iiint_\Sigma YZ\, dm & \iiint_\Sigma (X^2 + Y^2)\, dm \end{bmatrix}$$

Notation : $$\left[\vec{J}_G(\Sigma)\right] = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}$$

$\vec{\sigma}_{G\ \Sigma/R} = \left[\vec{J}_G(\Sigma)\right]\left[\vec{\Omega}_{S/R}\right]$ dans la même base

$\boxed{\vec{\sigma}_{A\ \Sigma/R} = \left[\vec{J}_{A\ \Sigma}\right]\left[\vec{\Omega}_{S/R}\right] + m_\Sigma\, \vec{AG} \wedge \vec{v}_{A\ \Sigma/R}}$.

Théorème de Huygens : $\left[\vec{J}_A(\Sigma)\right] = \left[\vec{J}_G(\Sigma)\right] + m_\Sigma \begin{bmatrix} y^2 + z^2 & -xy & -xz \\ -xy & x^2 + z^2 & -yz \\ -xz & -yz & x^2 + y^2 \end{bmatrix}$ si $\vec{AG} = x\,\vec{e}_x + y\,\vec{e}_y + z\,\vec{e}_z$.

Rem : si on prend $\vec{GA}$ au lieu de $\vec{AG}$, ce n'est pas grave.

Moment d'inertie par rapport à un axe Δ : $I_\Delta(\Sigma) = \iiint d(M,\Delta)^2\, dm$. A est le moment d'inertie selon $O\vec{x}$.

CNS pour que $I_\Delta(S) = 0$: solide assimilé à un fil ou masse nulle

Utilisation de $J_A(\Sigma)$: $I_{A\vec{u}}(\Sigma) = {}^t[\vec{u}]\left[J_A(\Sigma)\right][\vec{u}]$.

Moment d'inertie polaire (Déf) : $I_A(\Sigma) = \iiint AM^2\, dm$.
Relation de transport de I_A : $I_A(\Sigma) = m_\Sigma\, AG^2 + I_G(\Sigma)$ donc $I_A(\Sigma)$ est minimal pour A = G.
Utilisation de $J_A(\Sigma)$: $I_A(\Sigma) = \frac{1}{2}\, \mathrm{Tr}\left[J_A(\Sigma)\right]$
Produit d'inertie par rapport à un plan : $I_{Oxy}(\Sigma) = \iiint xy\, dm$ de signe indéterminé
Si le solide possède un axe de symétrie x : $\iiint xy\, dm = \iiint xz\, dm = 0$ x_s : "axe principal d'inertie"
S'il possède un plan de symétrie yz : $\iiint xy\, dm = \iiint xz\, dm = 0$ A : "moment principal d'inertie"

Energétique

Définition de la puissance : $\mathcal{P}_{ext \to \Sigma/R} = \iiint \vec{v}_{M\,\Sigma/R}\, d\vec{f}_M$.

Propriété : $\mathcal{P}_{ext \to \Sigma/R} = \tau_{ext \to \Sigma/R} \otimes \nu_{\Sigma/R}$.
$\mathcal{P}_{ext \to \Sigma/R} = \vec{F}_{ext \to \Sigma}\, \vec{v}_{P\,\Sigma/R} + \vec{m}_{ext \to \Sigma}\, \vec{\Omega}_{\Sigma/R}$.
Puissance des efforts intérieurs : $\mathcal{P}_{int \to \Sigma/R} = 0$ si les liaisons sont parfaites (pas de frott. de Coulomb ou pas de glissement interne)
Définition de l'énergie cinétique : $T_{\Sigma/R} = \frac{1}{2} \iiint (\vec{v}_{M/R})^2\, dm$
Propriété : $T_{\Sigma/R} = \frac{1}{2}\, \mathcal{C}_{\Sigma/R} \otimes \nu_{\Sigma/R}$.
$T_{\Sigma/R} = \frac{1}{2} \left(m\, \vec{v}_{G\,\Sigma/R}^{\,2} + \left[\vec{J}_G(\Sigma)\right]\left[\vec{\Omega}_{\Sigma/R}\right] \vec{\Omega}_{\Sigma/R} \right)$
Théorème de l'énergie cinétique : $\dfrac{dT_{\Sigma/Rg}}{dt/Rg} = \mathcal{P}_{ext \to \Sigma/Rg}$ pour un solide
$\dfrac{dT_{\Sigma/Rg}}{dt/Rg} = \mathcal{P}_{ext \to \Sigma/Rg} + \mathcal{P}_{int \to \Sigma/Rg}$ pour un ensemble de solides (faire un BAME et un BAMI)

Frottement : contact et $\vec{v}_A \neq \vec{0}$

Pour localiser $\vec{F}_{A\,0 \to isolé}$: placer le plan tangent commun Π, et $\vec{n}$ normale qui rentre dans $S_{isolé}$.
placer $\vec{v}_{A\,isolé/0}$ et $\vec{t}$ vecteur unitaire opposé à ce vecteur.
alors $\vec{F}_{A\,0 \to isolé} = N_{A\,0 \to isolé}\, (\vec{n} + \tan \varphi_F\, \vec{t})$, où φ_F : angle de frottement de glissement.
Dans le meilleur des cas, $f_F = \tan \varphi_F \approx 0{,}3$.
Expression avec la pression : $\vec{F}_{A\,0 \to isolé} = p(A)\, dS\, (\vec{n} + f_F\, \vec{t})$.

Adhérence : contact et $\vec{v}_A = \vec{0}$

placer le plan tangent commun Π, et $\vec{n}$ normale qui rentre dans $S_{isolé}$.
deviner $\vec{v}^*_{A\,isolé/0}$: vitesse probable si le coefficient de frottement avait été moins grand.
∗ Equilibre strict : $\vec{F}_{A\,0 \to isolé} = N_{A\,0 \to isolé}\, (\vec{n} + \tan \varphi_A\, \vec{t})$ $\varphi_A \gtrsim \varphi_F$.
∗ Equilibre banal : $\vec{F}_{A\,0 \to isolé} = N_{A\,0 \to isolé}\, (\vec{n} + \tan \alpha\, \vec{t})$ avec $0 \leq \alpha < \varphi_A$.

Divers

∗ Calcul des coordonnées du centre de gravité : multiplier par 2π pour trouver un volume connu (demi disque)
Exemple : pour un demi disque, $x = 4r/3\pi$.
∗ Le comoment de 2 torseurs dont l'un est le torseur d'un champ de vecteurs de résultante $\iiint d\vec{A}_M$ est $\iiint \vec{m}\, d\vec{A}_M$, si $\vec{m}$ est le moment de l'autre torseur.
∗ Le comoment de 2 torseurs est indépendant du point de réduction (mais il faut les réduire au même point).
∗ On peut deviner que des énergies cinétiques sont équivalentes à un moment d'inertie supplémentaire au niveau du moteur : $\frac{1}{2} J_{éq}\, \omega_1^2 = \frac{1}{2} m\, v^2$.
∗ Fonctionnement d'un moteur à courant continu : la tension U influence la vitesse de rotation Ω, tandis que l'intensité du courant I influence le couple $\mathcal{C}$. Pour des raisons de chaleur, on a souvent $\mathcal{C}_{statique} \approx \frac{1}{4}\, \mathcal{C}_{maximal}$.
[TD 21/09/00] Il y a 4 équations qui régissent son comportement : Ohm, Laplace, TMC, Lorentz.[MERC2]
∗ Relation bien connue pour les embrayages : $\vec{m} = \dfrac{2}{3}\, f_F\, N_{ressort}\, \dfrac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}\, \vec{x}$.

5 – SYSTEMES ASSERVIS

Systèmes classiques : 1er ordre, 2e ordre

	1e ordre	2e ordre
Forme	$H(p) = \dfrac{K}{1+\tau p}$	$H(p) = \dfrac{K}{1 + \dfrac{2\xi}{\omega_0} p + \dfrac{1}{\omega_0^2} p^2}$
Réponse à un échelon unitaire 1/p	$s(t) = K\left(1 - \exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)\right)$ $s(\tau) = 0{,}63\ s_\infty$. $s(3\tau) = 0{,}95\ s_\infty$. $s(5\tau) = 0{,}99\ s_\infty$. Tangente à l'origine coupe l'axe $s = s_\infty$ pour $t = \tau$. Reconnaître un 1er ordre : pente(0) ≠ 0.	Si $\xi < 1$, dépassement : $t = \dfrac{\pi}{\omega_0\sqrt{1-\xi^2}}$ et $D = K \exp\left(\dfrac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)$ Pente nulle à l'origine. Le plus rapide : $\xi = 0{,}707$. $\xi < 0{,}7 \Rightarrow t_{n\%} = \dfrac{1}{\omega_0 \xi} \log\left(\dfrac{100}{n}\right)$.
Etude en fréquence (régime stationnaire)	Rupture à $\omega = \dfrac{1}{\tau}$; alors $G_{dB} = G_{asym} - 3$ dB et $\varphi = -45°$ $\omega_{0\ dB} = \dfrac{K}{\tau}$. BF : $G_{dB} = 20 \log K$ HF : – 20 dB/décade	Rupture à $\omega = \omega_0$; alors, $G_{dB} = G_{asym} - 20 \log\left(\dfrac{K}{2\xi}\right)$ et $\varphi = -90°$ Si $\xi < 0{,}707$, surtension (ou résonance) $S_{dB} = 20 \log\left(\dfrac{K}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}\right)$ $\omega_S = \omega_0\sqrt{1-2\xi^2}$ BF : $G_{dB} = 20 \log K$ HF : – 40 dB/décade.
	<u>Réponse à une rampe unitaire 1/p²</u> $s(t) = K\left(t - \tau + \tau \exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)\right)$ Asymptote : coupe l'axe $s = 0$ pour $t = \tau$. Si $K = 1$ erreur de traînage $= (e - s)_\infty = a\tau$ retard du système $= \tau$.	Remarques : $Q = 1/\xi$. $T_0 = 2\pi/\omega$ (dans le tableau en bas) En général, on prend $0{,}43 \le \xi \le 1$.
	<u>Réponse à un dirac unitaire 1</u> $s(t) = \dfrac{K}{\tau} \exp\left(-\dfrac{t}{t}\right)$ $s(\tau) = 0{,}37\ s(0)$. Tangente à l'origine : coupe l'axe $s = 0$ pour $t = \tau$.	(voir tableau ci-dessous)

ξ	0	0,43	0,707	1	> 1
$D_1(\%)$	100	20	4,5	0	0
$t_{5\%}/T_0$	∞	0,85	0,45	0,75	> 0,75
Surtension	oui	oui	0	0	0

Stabilité des systèmes

On considère le système dans son ensemble (pas la FTBO).

∗ Une position d'équilibre est <u>asymptotiquement stable</u> si, légèrement perturbée par une cause temporaire, le système revient à sa position lorsque la cause disparaît.

∗ Une position d'équilibre est <u>stable</u> si : entrée bornée ⇒ sortie bornée.

Stabilité, Critère algébrique

∗ Soit D(p) le dénominateur de la fonction de transfert : $D(p) = p^\alpha \prod (p - p_i) \prod ((p - a_i)^2 + b_i^2)$

Le système est asymptotiquement stable ⇔ Re(Pôles) < 0 et $\alpha = 0$.

Il est stable ⇔ Re(Pôles) < 0 et $\alpha \in \{0, 1\}$.

Sinon, il est instable.

∗ Critère de Routh : $D(p) = b_0 + b_1\, p + \ldots + b_n\, p^n$. On remplit le tableau suivant :

$$\begin{array}{l|l|llll}
p^n & B_n & b_{n-2} & b_{n-4} & \ldots \\
p^{n-1} & B_{n-1} & b_{n-3} & b_{n-5} & \ldots \\
\hline
p^{n-2} & C_1 & c_2 & c_3 & \ldots \\
p^{n-3} & D_1 & d_2 & d_3 & \ldots \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
p^0 & Z_1 & & &
\end{array}$$

Avec $c_1 = \dfrac{b_{n-1}\, b_{n-2} - b_n\, b_{n-3}}{b_{n-1}}$, $c_2 = \dfrac{b_{n-1}\, b_{n-4} - b_n\, b_{n-5}}{b_{n-1}}$ ...

et $d_1 = \dfrac{c_1\, b_{n-3} - c_2\, b_{n-1}}{c_1}$, $d_2 = \dfrac{c_1\, b_{n-5} - c_3\, b_{n-1}}{c_2}$, ...

Alors : $\#\{\, x \in Z(D) \;/\; \mathrm{Re}(x) > 0 \,\} = \#\{$changements de signes de la 2e colonne$\}$

Dès qu'il y a un problème dans l'écriture du tableau (par exemple $b_{n-1} = 0$), c'est que le système est instable.
On peut savoir vite si un système est instable mais ça ne permet pas de savoir combien un système stable est stable.
Ex : $D(p) = p^3 + 2p^2 + 3p + 4 + K$ est stable $\Leftrightarrow K < 2$.

Stabilité, Critère fréquentiel : stabilité des systèmes bouclés

On considère un système bouclé, si bien, que le dénominateur de la FTBF est : 1 + FTBO.
Equation caractéristique : dénominateur de la FTBF = 1 + FTBO.
∗ Le tracé du diagramme de Black de la FTBO permet de déterminer la stabilité et les marges.
Règle du revers : "si, en parcourant en moto le tracé de la FTBO selon les $\omega \nearrow$, on laisse le point critique à droite, le système complet (FTBF) est stable".
Souvent, on veut $MG \geq 3$ dB et $M\Phi \geq 45°$.
Routh correspond à $MG \geq 0$ et $M\Phi \geq 0$. Pas de dépassement correspond à $M\Phi \geq 72°$.

Correcteurs

∗ Correcteur proportionnel : dilemme stabilité - précision. On a toujours $K_{Marges} < K_{Routh}$.
On peut tout faire à la calculette (sans tracé) : on trouve ω tel que $\mathrm{Arg\ FTBO}(j\omega) = -180 + M\Phi$...
Astuce (malhonnête) : proposer $K_{Marges} = 0{,}8\, K_{Routh}$ si y'a plus le temps.

∗ Correcteur dérivée ou à avance de phase : $C(p) = \dfrac{1 + a\,\tau\, p}{1 + \tau\, p}$ $(a > 1)$.

Bon fonctionnement pour $\omega \approx \dfrac{1}{\tau\sqrt{a}}$. Alors, $\varphi = \varphi_M$ avec $\sin \varphi_M = \dfrac{|a - 1|}{a + 1}$.

∗ Correcteur intégral : $C(p) = \dfrac{1 + \tau\, p}{1 + b\,\tau\, p}$ $(b > 1)$. Bon fonctionnement pour $\omega >> \dfrac{1}{\tau}$. Alors, $G_{dB} = -20 \log(b)$.

∗ Correcteur PID : produit des 3 correcteurs.

	P	I	PI	D	DP	PID
Précision	☺	☺	☺	☹	😐	☺
Temps réponse	☺	☹	☹	☺	☺	
Marges stabilité	☹	☺		☺		
Dépassement	☹		☹	☺	☺	

Perturbations

∗ Lorsqu'il y a une 2e entrée (perturbation) dans la boucle, l'étude de stabilité est la même pour les deux car les 2 fonctions de transfert ont le même dénominateur ($S = H_1\, E_1 + H_2\, E_2$).
∗ Influence de la perturbation = $\lim\limits_{t \to \infty} s(t)$ pour $e(t) = 0$ et $p(t) = \mathrm{Heaviside}(t)$.
"Réjection de la perturbation" si l'influence est nulle. (Intégrateur avant la perturbation).
☠ S'il y a un dérivateur quelque part dans la boucle, calculer la FTBO pour trouver la classe de la boucle.