

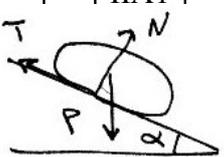
Centrale PC I 2006 La neige

Partie I formation de la neige dans l'atmosphère

IA1	$G = H - TS = U + PV - TS \quad dG = -SdT + VdP$ $\left. \frac{\partial G}{\partial T} \right)_P = -S \quad \text{et} \quad \left. \frac{\partial G}{\partial P} \right)_T = V$
IA2	Le système subit une évolution à T_0 et P_0 constants $dG = dU + P_0 dV - T_0 dS$ avec $dU = \delta W + \delta Q$ $\delta W = -P_0 dV$ (pas d'autre travail que les forces de pression) $\delta Q = -\delta Q_{\text{échangée avec thermostat}} = T_0 dS_{\text{échan}}$ $dG = T_0 (dS_{\text{échan}} - dS) = -T_0 dS_{\text{création}} \leq 0$ dG est négatif : G ne peut donc que diminuer au cours d'une évolution spontanée et sera donc minimal à l'équilibre .
IA3	G minimale $\Rightarrow \left. \frac{\partial G}{\partial x} \right)_{P,T} (x_{\text{eq}}) = 0$
IA4	G est une fonction extensive : $G = m_1 g_1 + m_2 g_2 = m_1 g_1 + (m - m_1) g_2 = m g_2 + m_1 (g_1 - g_2)$ A T et P donnés, le système est ne équilibre si $\left. \frac{\partial G}{\partial m_1} \right)_{P,T} = 0 \Rightarrow g_2(T, P) = g_1(T, P)$
IA5	a) $L_{1 \rightarrow 2} = T(s_2 - s_1)$ b) Pour deux phases en équilibre, $g_2(T, P) = g_1(T, P)$ $\left. \begin{array}{l} dg_1 = -s_1 dT + u_1 dP \\ dg_2 = -s_2 dT + u_2 dP \end{array} \right\} \text{ donc } dg_1 = dg_2 \Rightarrow (s_2 - s_1) dT = (u_2 - u_1) dP$ soit $\frac{L_{1 \rightarrow 2}}{T} dT = (u_2 - u_1) dP \Rightarrow L_{1 \rightarrow 2} = T(u_2 - u_1) \frac{dP}{dT}$
IB1	$A = \text{point triple}$ $B = \text{Point critique}$
IB2	Au point triple, $L_s = T_t (s_v - s_s) = T_t (s_v - s_l) + T_t (s_l - s_s) = L_{\text{vaporisation}} + L_{\text{fusion}}$ En négligeant u_s et u_l devant u_g $L_v \approx T_t u_v \left. \frac{dP}{dT} \right)_{\text{vap}}$ et $L_{\text{sub}} \approx T_t u_v \left. \frac{dP}{dT} \right)_{\text{sub}}$ comme $L_s > L_v$ on a donc $\left. \frac{dP}{dT} \right)_{\text{sub}} > \left. \frac{dP}{dT} \right)_{\text{vap}}$
IB3	$L_v = T u_v \left. \frac{dP}{dT} \right)_{\text{vap}}$ avec $u = \frac{RT}{MP}$ pour un gaz parfait donc $L_v = a - bT = T \left. \frac{RT}{MP} \frac{dP}{dT} \right) = \frac{RT^2}{MP} \left. \frac{dP}{dT} \right) \Rightarrow \frac{dP}{P} = \frac{M}{R} \frac{a - bT}{T^2} dT$ soit $\ln \frac{P}{P_t} = \frac{M}{R} \left(\frac{a}{T_t} - \frac{a}{T} - b \ln \frac{T}{T_t} \right)$ $P = P_t \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{-bM}{R}} \exp \left(\frac{Ma}{R} \left(\frac{1}{T_t} - \frac{1}{T} \right) \right)$
IB4	$L_s = L_{\text{vaporisation}} + L_{\text{fusion}} = L_f + a - bT \Rightarrow$ même expression que ci-dessus en remplaçant a par $a + L_f$
IB5	$P_{\text{satg}} = 2.2 \cdot 10^{-3} \text{bar}$ et $P_{\text{satl}} = 2.4 \cdot 10^{-3} \text{bar}$
IB6	L'eau ne peut être en équilibre sous les trois phases qu'au point triple soit à $T = 273.16 \text{K}$ et pas à -12°C
IB7	Le prolongement en pointillés de la courbe liq/vap indique que $P_{\text{sat}}(\text{liq/vap}) > P_{\text{sat}}(\text{sol/vap})$ donc les plus hautes pressions sont coté liquide : le gradient de

	pression est dirigé des cristaux vers les gouttes liquides.
IB8	Le gradient de pression entraîne la vapeur des zones de HP (liquide) vers les zones de BP (cristaux) : il y aura donc <u>disparition de la phase liquide</u>
IC1	Si $P > P_{sat}$, il y a condensation d'une partie de la vapeur de sorte que $P = P_{sat}$
IC2	$\left. \frac{\partial g_l}{\partial P} \right _T = u_l$ et $\left. \frac{\partial g_v}{\partial P} \right _T = u_v$ (voir IA1)
IC3	$\left. \frac{\partial g_l}{\partial P} \right _T = u_l = \text{cons tan te} \Rightarrow g_l(T, P) - g_l(T, P_0) = u_l (P - P_0)$
IC4	$\left. \frac{\partial g_v}{\partial P} \right _T = u_v = \frac{RT}{MP} \Rightarrow g_v(T, P) - g_v(T, P_0) = \frac{RT}{M} \ln \frac{P}{P_0}$
IC5	Equilibre entre les deux phases $\Rightarrow g_v(T, P'_{sat}) = g_l(T, P'_{sat} + p_1)$ En appliquant les formules des deux questions précédentes avec $P_0 = P_{sat}$ On obtient : $\frac{RT}{M} \ln \frac{P'_{sat}}{P_{sat}} = u_l (P'_{sat} + P_1 - P_{sat})$
IC6	$\ln \alpha \approx \frac{Mu_l}{RT} P_1 \approx \frac{Mu_l}{RT} \frac{2\sigma}{r}$ A.N $\alpha(r = 2 \text{ nm}) = 1.78$ et $\alpha(r = 0.1 \mu\text{m}) = 1.01$
IC7	La vapeur reste sèche tant que P n'est pas supérieure à P'_{sat} soit $P < 1.78 P_{sat}$ pour $r = 2 \text{ nm}$ Et seulement $1.01 P_{sat}$ pour $r = 0.1 \mu\text{m}$. Pour qu'il y ait condensation, il faut donc des gouttes pas trop petites
IC8	En favorisant l'agglomération en gouttelettes de taille plus importante, on augmente r , donc on diminue P_1 et donc α : la pression P'_{sat} est plus facilement atteinte.

Partie II A propos des avalanches

IIA1	 <p>A l'équilibre : $0 = -mg \cos \alpha + N$ $0 = mg \sin \alpha - T$ avec $T \leq \mu_s N \Rightarrow mg \sin \alpha \leq \mu_s mg \cos \alpha$</p> <p>L'équilibre est donc possible tant que $\tan \alpha \leq \mu_s$ angle critique $\alpha_c = \text{Arc tan } \mu_s$</p> <p>à mouvement donc $T = \mu_d N$</p> <p>$0 = -mg \cos \alpha + N \Rightarrow \dot{v} = g(\sin \alpha - \mu_d \cos \alpha) \Rightarrow$ $m\dot{v} = mg \sin \alpha - T$ $v(t) = g(\sin \alpha - \mu_d \cos \alpha)t + v_0$ avec $\alpha = \alpha_c$ $v(t) = g \cos \alpha_c (\mu_s - \mu_d)t + v_0$ et $E_c(t) = \frac{1}{2} m v^2 =$</p>
IIA3	Pour $\mu_s = 1.2$, $\alpha_c \approx 50^\circ$: La vitesse est plus grande si μ_d est plus petit ; donc les avalanches de <u>neiges à grains ronds</u> sont plus rapides que les avalanche de neige à godet. Pour la neige fraîche, $\alpha_c \approx \pi/2$: les pentes sont toujours telles que $\alpha < \alpha_c$: la neige reste en équilibre : le calcul ci-dessus ne s'applique donc pas
IIA4	Les lois du A2 restent valables. $v'(t') = g(\sin \alpha - \mu_d \cos \alpha)t' + v_1$ Le mouvement est ralenti si $\sin \alpha - \mu_d \cos \alpha < 0 \Rightarrow \alpha < \text{Arc tan } \mu_d$
IIA5	En observant le déclenchement des avalanches, sa vitesse, son arrêt éventuel.. sur des pentes de déclivités connues on peut en inversant les résultats précédents évaluer μ_d et μ_s
IIB1	En moyenne, il y a 1 choc lorsque le bloc a parcouru Δr , à la vitesse v : donc tous les $\Delta t = \Delta r/v$ La fréquence des chocs est donc $f = \frac{v}{\Delta r}$
IIB2	Sur la couche en contact avec le sol, de surface $S = L l$ sont répartis des blocs distants en moyenne de a : chaque bloc "occupe" un espace $a^2 \Rightarrow N_1 = \frac{S}{a^2}$

IIB3	Pendant dt,; l'avalanche subit donc $dN = N_1 f dt$ chocs	
IIB4	<p>Le vecteur v' est tangent à la surface de l'aspérité $\Rightarrow v' \cdot u_x = v' \cos(\pi/2 - i) = v' \sin i$ La composante tangentielle de la vitesse est conservée $\Rightarrow v' = v \sin i$ donc $\Delta p_{0x} = m(v \sin^2 i - v) = -mv \cos^2 i$</p>	
IIB5	$dP_{chocs} = \Delta p_{0x} dN = (-m_0 v \cos^2 i) \left(\frac{S}{a^2}\right) \left(\frac{v}{\Delta r}\right) dt$	
IIB6	$F_{rug} = \frac{dP}{dt} = -\frac{Sm_0 v^2 \cos^2 i}{a^2 \Delta r}$	
IIB7	<p>Chaque bloc de masse m_0 occupe un espace ba^2 Il y a donc $\frac{Sd}{ba^2}$ blocs dans la masse $m \Rightarrow m_0 = m \frac{ba^2}{Sd}$ Donc $F_{rug} = \frac{dP}{dt} = -\frac{mbv^2 \cos^2 i}{d\Delta r} = -\frac{mgv^2}{\xi d}$ avec $\xi = \frac{g \Delta r}{b \cos^2 i}$</p>	
IIB8	ξ dépend de la nature du sol par l'intermédiaire de i et de Δr	
IIB9	Le tassement des couches dépend peut être de la vitesse : b peut dépendre de v	
IIC	<p>$0 = -mg \cos \alpha + N$ $m\dot{v} = mg \sin \alpha - T + F_{rug}$ avec $T = \mu_d N$ et $N = mg \cos \alpha$ $m\dot{v} = mg[(\sin \alpha - \mu_d \cos \alpha) - \frac{v^2}{\xi d}]$</p>	
IIC2	<p>Vitesse limite $\dot{v} = 0 \Rightarrow v_1 = \sqrt{\xi d (\sin \alpha - \mu_d \cos \alpha)}$ $v_1 = 25.6 \text{ m/s} = 92 \text{ km/h}$</p>	
IIC3	<p>$E_c = mv_1^2/2$ avec m proportionnel à d, et v^2 proportionnel à d Donc E_c varie en d^2</p>	
IIC4	$\dot{v} = g \frac{v_1^2 - v^2}{\xi d} \Rightarrow \frac{dv}{v_1^2 - v^2} = \frac{g}{\xi d} dt \Rightarrow \frac{1}{v_1} \operatorname{arg th}\left(\frac{v}{v_1}\right) = \frac{g}{\xi d} t \Rightarrow v = v_1 \operatorname{th}\left(\frac{gv_1}{\xi d} t\right)$	
IIC5	$x(t) = \frac{\xi d}{g} \ln(\operatorname{ch}\left(\frac{gv_1}{\xi d} t\right))$	
IIC6	$\operatorname{th}\left(\frac{gv_1}{\xi d} t\right) = 0.9 \Rightarrow \frac{gv_1}{\xi d} t = 1.47 \Rightarrow x = 170 \text{ m}$	
IIC7	<p>Le débit volumique est $Q = L d v$ Avec d'après IIC2 $d = \frac{v_1^2}{\xi(\sin \alpha - \mu_d \cos \alpha)}$ La conservation du débit volumique s'écrit : $dv_1 = d' v'_1$ Donc $\frac{v_1^3}{\xi(\sin \alpha - \mu_d \cos \alpha)} = \frac{v'_1{}^3}{\xi(\sin \alpha' - \mu_d \cos \alpha')}$</p>	
IIC8	<p>$\frac{v'_1}{v_1} = \left[\frac{\sin \alpha' - \mu_d \cos \alpha'}{\sin \alpha - \mu_d \cos \alpha}\right]^{1/3} = 0.90$ La vitesse est donc réduite de 10%</p>	

IIIA1	<p>C1 : $a \ll r$</p> $\vec{E} = -\text{grad } V = \frac{2p_0 \cos \Theta}{r^3} \vec{u}_r + \frac{p_0 \sin \Theta}{r^3} \vec{u}_\Theta$
IIIA2	<p>Lignes de champ : E et dI colinéaires</p> $\frac{dr}{E_r} = \frac{rd\Theta}{E_\Theta} \Rightarrow \frac{dr}{2 \cos \Theta} = \frac{rd\Theta}{\sin \Theta} \Rightarrow \frac{dr}{r} = 2 \frac{\cos \Theta d\Theta}{\sin \Theta} = 2 \frac{d(\sin \Theta)}{\sin \Theta}$ <p>$\ln r = 2 \ln \sin \Theta \Rightarrow r = r_0 \sin^2 \Theta$</p> <p>les équipotentielles sont perpendiculaires aux lignes de champ</p>
IIIA3	<p>Lignes de niveau de E : $r = r_1 (4 \cos^2 \Theta + \sin^2 \Theta)^{1/6} = r_1 (3 \cos^2 \Theta + 1)^{1/6}$</p>
IIIA4	<p>$\lambda = c/f = 656 \text{ m}$</p>
IIIA5	<p>(C2) $a \ll \lambda$</p>
IIIA6	<p>On calcule E à partir de l'équation de Maxwell-Ampère dans le vide :</p> $\text{rot } \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \vec{j}$ <p>Pour positionner le dipôle, voir question suivante .</p>
IIIA7	<p>Dans la région proche du dipôle, : $r \ll \lambda$ le régime est quasi stationnaire. On retrouve la situation statique de la figure 7</p>
IIIA8	<p>(C4) zone de rayonnement : $r \gg \lambda$ alors le terme en $1/r$ prédomine dans E :</p> $\vec{E} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sin \Theta \frac{\ddot{p}}{rc^2} \vec{u}_\Theta$ <p>et (E, B, ur) trièdre direct, structure d'onde plane</p>
IIIB1	<p>$a \approx 1 \text{ cm}$, $\lambda \approx 650 \text{ m}$</p> <p>$r \approx 10 \text{ à } 100 \text{ m}$ ($100 \text{ m} =$ portée théorique des appareils actuels, en pratique $10 \text{ à } 20 \text{ m}$)</p> <p>(C1) $a \ll r$ bien vérifiée</p> <p>(C2) $a \ll \lambda$ bien vérifiée</p> <p>(C3) $r \ll \lambda$ à peu près vérifiée : on est dans la <u>zone statique</u></p> <p>(C4) $r \gg \lambda$ pas vérifiée</p>
IIIB2	<p>Le signal perçu est proportionnel à $\vec{E} \cdot \vec{u}$, donc maximal quand l'antenne du sauveteur est parallèle à E : <u>le sauveteur suit les lignes de champ</u></p> <p>On utilise la figure 7 (lignes de champ en régime statique)</p>
IIIB3	<p>Signal perçu fonction de $E \Rightarrow$ on utilise la figure 8</p>
IIIB4	<p>Un dipôle ne rayonne pas dans la direction de p : donc a la verticale de la victime, dans ce cas le signal est nul .</p>

Compléments sur http://www.ffme.fr/technique/NIVOLOGIE_index.php
(site de la Fédération Française de la Montagne et de l'Escalade)

Cette annexe doit être rendue avec les autres copies.
Attention, il ne pourra pas être délivré d'autre exemplaire de ce document.

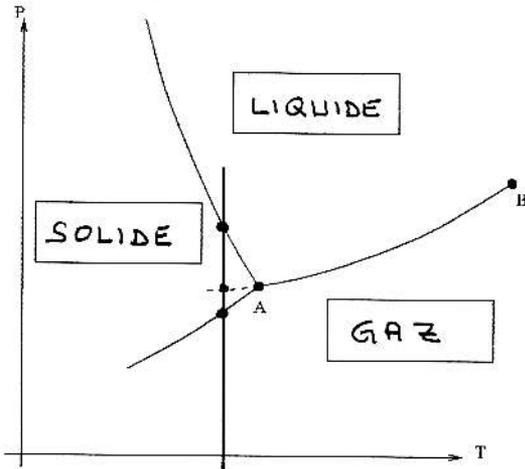


Figure 5. Diagramme d'état de l'eau

-12°C

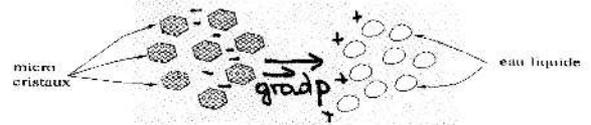


Figure 6 - Eau sous trois phases dans un nuage

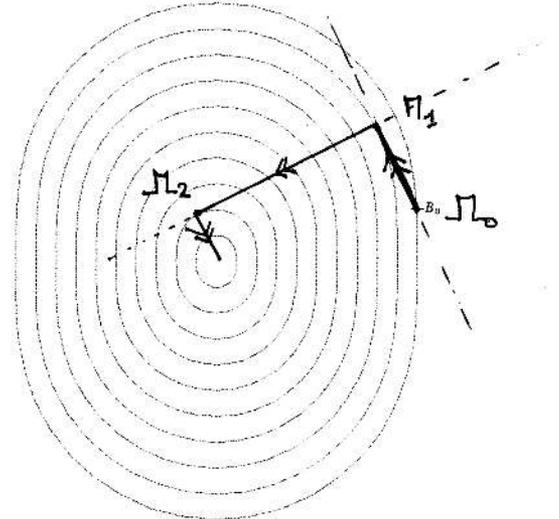


Figure 8 - Lignes de niveau de $|E_0|$

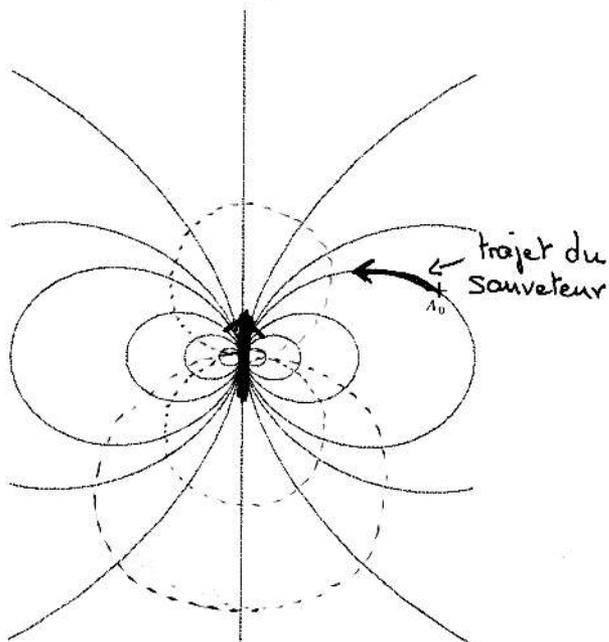


Figure 7 - Lignes de champ créées par un dipôle statique

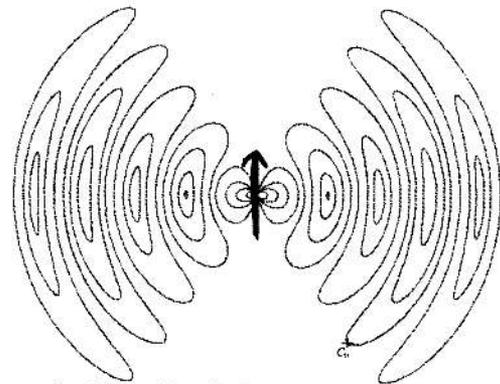


Figure 9 - Lignes du champ électrique rayonné par un dipôle oscillant



Figure 10 - Direction initiale du mouvement du sauveteur dans la recherche en croix