

X M' 1996, deuxième épreuve

Auteur du corrigé : Robert Cabane ©2008

Avertissements. Contrairement à certaines habitudes, les algèbres que l'on considère dans ce problème ne sont pas supposées posséder d'unité. D'autre part, l'hypothèse de commutativité imposée dans l'énoncé n'a d'autre but que de simplifier certaines discussions ; une rédaction attentive va montrer qu'elle est superflue.

Partie I : Tout est simple en dimension 2.

1°) a) On note que r est l'indice de nilpotence de T . Ici l'espace est de dimension 2, T n'est ni nul ni inversible, donc de rang 1. Alors $\text{Ker } T$ et $\text{Im } T$ sont de dimension 1 et coïncident car $\text{Im } T \subset \text{Ker } T$ par nilpotence. ♦

b) On prend v non nul dans $\text{Im } T = \text{Ker } T$. Donc il existe u tel que $v = T(u)$, et (u, v) est libre car sinon $T(v) = 0$ entraîne $T(u) = 0 = v$, exclu. On a une matrice de la forme $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ et il est alors clair que $r = 2$. ♦

2°) On sait déjà, d'après I.1.b, que tous les éléments non nuls de \mathcal{A} sont 2-nilpotents. Soient U et V deux éléments de \mathcal{A} , on a $(U + V)^2 = U^2 + V^2 + UV + VU$, mais U^2, V^2 et $(U + V)^2$ sont nuls, donc $UV + VU = 0$. Choisissons un élément T non nul de \mathcal{A} et prenons pour T une base du type étudié en I.1.b. Dans cette base, un autre élément U de \mathcal{A} aura une matrice de la forme $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. En écrivant que $TU + UT = 0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ a & b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b & 0 \\ d & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b & 0 \\ a+d & b \end{pmatrix}$ on constate que b doit être nul, c'est-à-dire que toutes les matrices de \mathcal{A} sont triangulaires inférieures. Or, la matrice $\begin{pmatrix} a & 0 \\ c & d \end{pmatrix}$ n'est nilpotente que si $a = d = 0$. Réciproquement, si l'algèbre \mathcal{A} contient une matrice telle que T elle doit aussi contenir ses multiples donc toute matrice de la forme $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ c & 0 \end{pmatrix}$. ♦

Partie II : Le produit par blocs.

3°) On prend $T_{i,j} = P_i \circ T|_{E_j}$. ♦

4°) $(ST)_{i,j} = P_i \circ ST|_{E_j} = P_i \circ S \circ (\sum_k P_k) \circ (\sum_l P_l) \circ T|_{E_j}$ car $\sum_k P_k = \text{Id}$
= $\sum_k \sum_l P_i \circ S \circ P_k \circ P_l \circ T|_{E_j}$ par distributivité
= $\sum_k P_i \circ S \circ P_k \circ P_k \circ T|_{E_j}$ car $(k \neq l) \Rightarrow (P_k \circ P_l = 0)$
= $\sum_k P_i \circ S|_{E_k} \circ P_k \circ T|_{E_j}$ car $\text{Im } P_k = E_k$ et $P_k \circ P_k = \text{Id}$
= $\sum_k S_{i,k} T_{k,j}$. ♦ par définition des deux tableaux

Partie III : Réduction d'un nilpotent.

5°) Si $E_3 = E$ on a à la fois $\text{Ker } T \supset E$, c'est à dire $\text{Ker } T = E$, et T est nul, exclu. Si $E_3 = 0$ la restriction de T à $\text{Im } T$ est injective, et c'est un endomorphisme de $\text{Im } T$; cette restriction est alors bijective, ce qui est exclu car $\text{Im } T \neq \{0\}$ et $T^r = 0$. ♦

6°) $E_3 = \text{Im } T$ équivaut à $\text{Im } T \subset \text{Ker } T$, soit $T^2 = 0$, c'est-à-dire $r = 2$ ($r = 1$ est exclu car $T \neq 0$). ♦

7°) **Réduite triangulaire par blocs..**

E_1 est un supplémentaire de $\text{Im } T$ dans E , donc les images des vecteurs de base ont des projections nulles sur E_1 ; la première ligne de la matrice par blocs est donc nulle. E_3 est inclus dans le noyau, donc tous les vecteurs de E_3 ont des images nulles ; la dernière colonne de la matrice par blocs est donc nulle.

8°) **Réduite strictement triangulaire..**

T^k est représenté par une matrice de la forme $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ ? & T_{2,2}^k & 0 \\ ? & ? & 0 \end{pmatrix}$ donc $T_{2,2}^k = 0$: ce bloc est nilpotent.

Raisonnons alors par récurrence sur n . Pour $n = 1$ le problème est immédiat (matrice nulle) et pour $n = 2$ il a été résolu en IIb. Supposons le résultat démontré dans K^d pour tout $d < n$. Soit $T \neq 0$ nilpotent dans K^n . Si T est 2-nilpotent, on a vu en III6 que $E_3 = \text{Im } T$, donc on peut faire une décomposition analogue à celle de III7, avec E_2 réduit à $\{0\}$, donc de la forme : $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ T_{3,1} & 0 \end{pmatrix}$ qui répond à la question (forme triangulaire inférieure).

Si T est r -nilpotent, avec $r > 2$, la décomposition faite en III7 ramène au même problème pour $T_{2,2}$, dans E_2 qui est de dimension strictement inférieure à n : on applique l'hypothèse de récurrence. ♦

9°) **Ordre de nilpotence et dimension..**

Montrons par récurrence que la puissance n -ième d'une matrice strictement triangulaire inférieure (ie. triangulaire à diagonale nulle) est nulle. Pour $n = 1$ c'est évident. Si le résultat est certain pour toute matrice de ce type de taille $n - 1$, une telle matrice de taille n peut s'écrire en blocs de la sorte : $M = \begin{pmatrix} T & 0 \\ L & 0 \end{pmatrix}$, la matrice T étant strictement triangulaire. Le produit par blocs donne $M = \begin{pmatrix} T^2 & 0 \\ LT & 0 \end{pmatrix}$ et en général $M^p = \begin{pmatrix} T^p & 0 \\ LT^{p-1} & 0 \end{pmatrix}$. Avec $p = n$ et l'hypothèse de récurrence nous avons la réponse et $r \leq n$. ♦

Autre méthode : examiner l'action de T sur la base canonique.

10°) On a $r = 4$ à cause de

$$\text{Im } T = \text{Vect}(e_2, e_3, e_4), E_3 = \text{Vect}(e_2) = \text{Ker } T, E_1 = \text{Vect}(e_1), E_2 = \text{Vect}(e_3, e_4).$$

En fait, en écrivant les vecteurs de base dans l'ordre e_1, e_3, e_4, e_2 on obtient pour T une réduction « à la Jordan » montrée ci-contre.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Partie IV : Trigonalisation des algèbres nilpotentes.

11°) L'ordre de nilpotence valant r , il existe $r - 1$ matrices T_1, \dots, T_{r-1} appartenant à \mathcal{A} dont le produit P n'est pas nul, alors que tout produit de r éléments de \mathcal{A} est nul. Le noyau de P , différent de E , contient $\mathcal{I}(\mathcal{A})$ car pour tout T de \mathcal{A} il contient $\text{Im } T$ (en effet $P \circ T = 0$ comme produit de r éléments de \mathcal{A}). $\mathcal{I}(\mathcal{A})$ est donc distinct de E . ♦

E_3 est inclus dans $\mathcal{I}(\mathcal{A})$, il est donc distinct de E . D'autre part, P est bien dans \mathcal{A} (algèbre) donc son image, non nulle, est dans $\mathcal{I}(\mathcal{A})$; mais elle se trouve aussi dans $\mathcal{K}(\mathcal{A})$, donc $E_3 \neq \{0\}$. ♦

12°) $E_3 = \mathcal{I}(\mathcal{A})$ signifie que $\mathcal{I}(\mathcal{A}) = \mathcal{K}(\mathcal{A})$, et que toute image figure dans tous les noyaux, soit encore $r = 2$. ♦

13°) a) Pour commencer, \mathcal{A}_{ij} est bien un espace vectoriel parce que l'application : $\begin{cases} \mathcal{A} & \rightarrow & \mathcal{A}_{ij} \\ T & \mapsto & T_{ij} \end{cases}$ est linéaire.

L'écriture du produit par blocs (II4) montre aussitôt que $\mathcal{A}_{2,2}$ est une sous-algèbre commutative nilpotente d'ordre $r' \leq r$. Elle est nulle lorsque $T_{22}(E_2) \subset E_3$, soit $\mathcal{A}_{22}(E_2) \subset \mathcal{K}(\mathcal{A})$, donc lorsque $\mathcal{A}_{22}(E_2 + E_3) = \mathcal{A}_{22}(\mathcal{I}(\mathcal{A})) \subset \mathcal{K}(\mathcal{A})$, ce qui revient

à dire que tout produit de trois éléments de \mathcal{A} est nul. Finalement,

$$\mathcal{A}_{22} = \{0\} \implies r = 3. \spadesuit$$

Remarque. La commutativité est ici inutile.

b) On fait une récurrence comme au III8, répétant la construction ci-dessus sur \mathcal{A}_{22} tant que nécessaire, jusqu'à obtenir une sous-algèbre nulle, ou vérifiant $r \leq 2$. On termine avec la question I2.

c) Considérons n matrices T_i écrites dans la base (ε_i) construite ci-dessus, strictement triangulaires inférieures. Nous avons donc $T_i(\varepsilon_k) \in G_{k+1} = \text{Vect}(\varepsilon_j / j > k)$, $T_i(\varepsilon_n) = 0$ et même $T_i(G_k) \subset G_{k+1}$. Il en résulte que $T_1 T_2 \dots T_i(G_k) \subset G_{k+i}$, et

enfin $T_1 T_2 \dots T_n(G_k) = \{0\}$, soit

$$r \leq n. \spadesuit$$

Remarque. La commutativité est ici toujours inutile !

14°) **Note :** Le rôle de l'hypothèse $r \geq 4$ est dissimulé dans ce qui suit par les points de suspension : il faut que, lorsque dans un produit de $r - 1$ éléments on supprime le premier et le dernier, il reste au moins un terme, c'est à dire $r - 1 \geq 3$.

Il est clair que $r' \leq r$ et que $r' \leq \dim E_2 \leq n - 2$. Montrons d'abord que $r' \geq r - 2$. Considérons $r' + 2$ matrices en blocs du type décrit ci-contre, à droite (aucune confusion de notation n'est à craindre avec des exposants, car il n'y a aucun exposant dans la solution de cette question).

$$\text{Montrons que : } S^1 S^2 \dots S^j = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ A_j & B_j & 0 \\ * & C_j & 0 \end{pmatrix} \text{ avec } \begin{cases} A_j = S_{22}^1 \dots S_{22}^{j-1} S_{21}^j \\ B_j = S_{22}^1 \dots S_{22}^j \\ C_j = S_{32}^1 S_{22}^2 \dots S_{22}^j \end{cases} .$$

Pour $j = 1$ c'est immédiat, en convenant de ne rien écrire dans les produits vides. Si la formule est prouvée pour j , on multiplie à droite par S^{j+1} et on trouve le système suivant, qui achève la récurrence (à droite) :

$$\begin{cases} A_{j+1} = B_j S_{21}^{j+1} = S_{22}^1 \dots S_{22}^j S_{21}^{j+1} \\ B_{j+1} = B_j S_{22}^{j+1} = S_{22}^1 \dots S_{22}^{j+1} \\ C_{j+1} = C_j S_{22}^{j+1} = S_{32}^1 S_{22}^2 \dots S_{22}^{j+1} \end{cases} .$$

Quand on choisit $j = r' + 1$, on partoit des produits de r' matrices de \mathcal{A}_{22} , qui sont nuls par définition. La matrice produit est alors de la forme $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 \end{pmatrix}$, et son produit avec $S^{r'+2}$ est effectivement nul, ce qui assure $r' \geq r - 2$.

Montrons ensuite que $r' \leq r - 2$. La définition de r' nous assure qu'il existe des matrices $U^1, \dots, U^{r'-1}$ de \mathcal{A} telles que le produit $U_{22}^1, \dots, U_{22}^{r'-1}$ soit non nul. Ce produit désigne aussi une application linéaire non nulle sur $E_2 \subset \mathcal{I}(\mathcal{A})$, et pour cette raison il existe $U^{r'} \in \mathcal{A}$ telle que $U^1 U^2 \dots U^{r'}$ soit non nulle; on peut donc trouver $y = U^1 U^2 \dots U^{r'}(x) \neq 0$, et par nature y est dans $\mathcal{I}(\mathcal{A})$. Cependant, $U^{r'}(x)$ se trouve dans $\mathcal{I}(\mathcal{A}) = E_2 + E_3$ et $U^{r'-1}$ envoie E_3 sur 0 et $\mathcal{I}(\mathcal{A})$ sur E_2 . On a bien accès à $U^{r'-1}$ parce que $r' \geq r - 2 \geq 2$. Les matrices qui précèdent $U^{r'-1}$ stabilisent E_2 , donc y est dans E_2 et sûrement pas dans $\mathcal{K}(\mathcal{A})$ (somme directe $E_2 \oplus \mathcal{K}(\mathcal{A})$). En conséquence, il existe $U^0 \in \mathcal{A}$ telle que $U^0 y \neq 0$, soit encore $U^0 U^1 U^2 \dots U^{r'} \neq 0$.

Il en résulte que $r' + 1 < r$, ce qu'il fallait.

$$\text{On a } r' = r - 2. \spadesuit$$

15°) a) Fixons $T \in \mathcal{A}$ et notons U l'élément générique de \mathcal{A} ; comme \mathcal{A} est une algèbre, TU appartient à \mathcal{A} . TU s'écrit en blocs de la manière indiquée ci-contre (à droite). Lorsque U décrit \mathcal{A} , $T_{2,2} U_{2,1}$ décrit $T_{2,2}(\mathcal{A}_{2,1})$ et ces éléments sont par définition dans $\mathcal{A}_{2,1}$ puisque $TU \in \mathcal{A}$.

b) Suivant l'indication de l'énoncé, décomposons $E_2 = E'_2 \oplus \mathcal{I}(\mathcal{A}_{1,2})$. Dans le calcul de la question précédente le terme $T_{2,2} U_{2,1}$ ne doit pas faire apparaître de composante sur E'_2 donc $T_{2,2}$ doit être de la forme $\begin{pmatrix} A & 0 \\ C & D \end{pmatrix}$ donc T est de la forme ci-contre.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ T_{2,2} U_{2,1} & T_{2,2} U_{2,2} & 0 \\ T_{3,2} U_{2,1} & T_{3,2} U_{2,2} & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A(T) & 0 & 0 \\ T'_{2,1} & C(T) & D(T) & 0 \\ T'_{3,1} & T'_{3,2} & T''_{3,2} & 0 \end{pmatrix}$$

L'algèbre formée par les $A(T)$ est toujours nilpotente. Choisissons un vecteur non nul U dans E'_2 ; par définition de E'_2 il appartient à $\mathcal{I}(\mathcal{A})$ donc il existe un endomorphisme $T_1 \in \mathcal{A}$ et un vecteur $U' \in E$ tels que $U = T_1(U')$ et la forme de la matrice de T_1 montre que U' doit avoir une projection non nulle sur E'_2 .

Notons $U' = U_1 + V_1 + W_1$, $U_1 \in E'_2$ ($U_1 \neq 0$), $V_1 \in E_1$, $W_1 \in \mathcal{I}(\mathcal{A}_{1,2})$ une éventuelle composante sur E_3 peut être négligée car elle serait annulée par T_1 . De même U_1 étant dans E'_2 est l'image par un endomorphisme $T_2 \in \mathcal{A}$

d'un vecteur U'_1 qu'on peut décomposer en $U'_1 = U_2 + V_2 + W_2$, $U_2 \in E'_2$ ($U_2 \neq 0$), $V_2 \in E_1$, $W_2 \in \mathcal{I}(\mathcal{A}_{1,2})$. On construit ainsi par récurrence $U_1, U_2 \dots U_r$, mais en remplaçant successivement les U_i par leur valeur on arrive à $U = T_1 \circ T_2 \dots \circ T_r(U_r) + V + W$, $V \in E_1$, $W \in \mathcal{I}(\mathcal{A}_{1,2})$. C'est à dire, puisque \mathcal{A} est r -nilpotente, $U = V + W$ ce qui est absurde. ♦

Remarques. La commutativité est toujours inutile. Par ailleurs, une démarche de dualité montrerait qu'il existe un lien entre E_2 et les noyaux de \mathcal{A}_{32} .

16°) a) Si T_{21} est nul, la sous-algèbre de \mathcal{A} engendrée par T , est commutative et toujours nilpotente. En fait, c'est $TK[T]$ puisque les puissances de T y sont certainement (sauf l'identité bien sûr), ainsi que leurs combinaisons linéaires, et que $TK[T]$ est bien une sous-algèbre de $\mathcal{L}(E, E)$ selon la définition choisie dans ce problème. Comme r est l'ordre de nilpotence de \mathcal{A} , on a $T^r = 0$. Nous pouvons donc faire comme si l'on avait $\mathcal{A} = TK[T]$, d'ordre de nilpotence $r'' \leq r$. Cependant, on a

$$T^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_{22}^2 & 0 \\ * & * & 0 \end{pmatrix} \text{ par nullité de } T_{21} \text{ et il vient } \mathcal{A}_{21} = \{0\}, \text{ puis } \mathcal{I}(\mathcal{A}_{21}) = \{0\}. \text{ Si } r'' \text{ était supérieur ou égal à } 3, \text{ on pourrait}$$

appliquer la question 15b et on aurait $E_2 = \mathcal{I}(\mathcal{A}_{21}) = \{0\}$, ce qui est absurde. On a donc $E_3 = \mathcal{I}(\mathcal{A})$, soit $r'' = 2$ (question 12). Mais alors T^2 est nul et on a $T_{22} = T_{32} = 0$. ♦

b) Prenons l'algèbre engendrée par l'endomorphisme étudié en III10, dans la base réordonnée, on constate que $T' = T^3$

$$\text{s'exprime par } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ avec } T'_{2,1}, T'_{2,2}, T'_{3,2} \text{ nuls, mais } T'_{3,1} \text{ non nul.}$$

Partie V : Licence de documentation publique (version 1.1)

Section A : Définitions

- 1°) « Utilisation Commerciale » signifie la distribution ou tout autre moyen de mise à disposition d'un tiers de la documentation.
- 2°) « Contributeur » signifie une personne ou une entité qui crée ou contribue à la création de modifications.
- 3°) « Documentation » signifie la documentation originale ou les modifications ou des combinaisons de la documentation originale et les modifications, dans chaque cas, incluant des parties de celles-ci.
- 4°) « Mécanisme de distribution électronique » signifie un mécanisme communément accepté pour le transfert électronique de données.
- 5°) « Auteur initial » signifie le ou les individu(s) ou l'entité qui a été identifié(e) comme étant l'auteur initial dans la notice obligatoire requise par l'Annexe.
- 6°) « Œuvre plus importante » signifie une œuvre qui combine de la documentation ou des parties de celle-ci avec de la documentation ou d'autres écrits qui ne sont pas couverts par les conditions de cette licence.
- 7°) « Licence » signifie ce document.
- 8°) « Modifications » signifie toute addition, ou suppression, de substance ou de structure d'une documentation originale ou autres modifications précédentes, telles que traduction, abstraction, résumé, ou toute autre forme dans laquelle la documentation originale ou modifications précédentes peut être resaisie, transformée ou adaptée. Une œuvre consistant en des révisions éditoriales, annotations, élaborations, et autres modifications qui, en tant qu'œuvre entière représente une œuvre de l'esprit original, est considérée comme étant une modification. Par exemple, lorsque la documentation est distribuée sous forme d'une série de documents, une modification est comprise comme étant :
- A. Toute addition à, ou suppression de, contenu de la documentation originale ou des modifications précédentes.
- B. Toute nouvelle documentation qui comporte toute partie de la documentation originale ou modifications précédentes.
- 9°) « Documentation originale » signifie de la documentation décrite comme étant la documentation originale dans la notice obligatoire requise par l'Annexe, et qui, au moment de sa distribution selon les conditions de cette licence ne constitue pas encore de la documentation couverte par cette licence.
- 10°) « Forme éditable » signifie la forme préférée de la documentation pour y effectuer des modifications. La documentation peut être sous forme électronique, compressée, ou sous forme d'archive, à condition que le logiciel de décompression ou de désarchivage soit largement disponible de manière gratuite.
- 11°) « Vous » (ou « Votre ») signifie un individu ou une entité juridique qui exerce des droits conformément à, et en respectant, toutes les conditions de cette Licence ou une version future de cette licence telle que publiée selon la Section D1 (« Versions de la Licence »). Pour des entités juridiques, « vous » couvre également toute entité qui contrôle, ou est contrôlée par, ou qui est sous contrôle commun avec vous. Pour les besoins de la présente définition, « contrôle » signifie
- (a) le pouvoir, direct ou indirect, de diriger ou gérer une telle entité, que ce soit de manière contractuelle ou par tout autre moyen, ou
- (b) la propriété de plus de cinquante pour cent (50%) des actions libérées ou de la propriété réelle d'une telle entité.

Section B : CONCESSIONS DE LICENCES

1°) Concession de Licence de l'Auteur Initial.

L'Auteur Initial vous concède, par la présente, une licence non-exclusive mondiale, sans redevances, d'utiliser, reproduire, préparer des modifications, compiler, représenter publiquement, afficher publiquement, faire démonstration, commercialiser, divulguer et distribuer la documentation sous toutes formes, sur tous supports ou via tout Mécanisme de Distribution Electronique ou autres méthodes connues aujourd'hui ou à découvrir à l'avenir, ainsi que le droit de concéder des sous-licences les droits énumérés précédemment à des tiers, à travers des systèmes multiples de sous-licences, selon les conditions de cette Licence.

Les droits de licence concédés dans la Section B1 (« Concession de Licence de l'Auteur Initial ») deviennent effectifs à la première date de distribution, par l'Auteur Initial de la documentation originale selon les conditions de cette Licence.

2°) Concession de Licence du Contributeur.

Chaque Contributeur vous concède, par la présente, une licence non-exclusive mondiale, sans redevances, d'utiliser, reproduire, préparer des modifications, compiler, représenter publiquement, afficher publiquement, faire démonstration, commercialiser, divulguer et distribuer la documentation sous toutes formes, sur tous supports ou via tout Mécanisme de Distribution Electronique ou autres méthodes connues aujourd'hui ou à découvrir à l'avenir, ainsi que le droit de concéder des sous-licences les droits énumérés précédemment à des tiers, à travers des systèmes multiples de sous-licences, selon les conditions de cette Licence.

Les droits de licence concédés dans cette Section B2 (« Concession de Licence du Contributeur ») deviennent effectifs à la première date que le Contributeur fait, pour la première fois, une Utilisation Commerciale la documentation.

Section C : OBLIGATIONS DE DISTRIBUTION

1°) Application de la licence.

Les modifications que vous créez ou auxquelles vous contribuez sont couvertes par cette licence, y compris sans limitation la Section B2 (« Concession de licence du Contributeur »). La documentation peut être distribuée seulement selon les conditions de cette licence ou toute version future publiée selon la Section D1 (« Versions de la licence »), et Vous devez intégrer une copie de cette licence dans chaque copie de la documentation que Vous distribuez. Vous ne pouvez offrir ou imposer des conditions qui modifient ou restreignent la version applicable de cette licence ou des droits concédés selon celle-ci. Toutefois, vous pouvez inclure un document additionnel qui offre les droits additionnels décrits à la Section C5 (« Notices nécessaires »).

2°) Disponibilité de la documentation.

Toute modification que Vous créez ou à laquelle Vous contribuez doit être disponible publiquement dans une Forme Éditable selon les conditions de cette Licence à travers un support tangible ou un Mécanisme de Distribution Électronique accepté.

3°) Description des modifications.

Toute documentation à laquelle vous contribuez doit identifier les modifications que vous avez effectuées dans la création du Document, ainsi que la date de telles modifications. Vous devez inclure une déclaration facilement visible indiquant que la modification est dérivée, directement ou indirectement de la documentation originale fournie par l'Auteur Initial et inclure le nom de l'Auteur Initial dans la documentation ou via un lien électronique qui décrit l'origine ou la propriété de la documentation. La documentation modifiée peut être créée par un programme électronique qui suit automatiquement les changements dans la documentation, et de tels changements doivent pouvoir être disponibles pour le public pendant au moins 5 ans après la première distribution de la documentation .

4°) Propriété Intellectuelle.

Le Contributeur garantit que celui-ci croit que ses modifications sont des créations originales du Contributeur, et/ou que le Contributeur détient des droits suffisants lui permettant de concéder les droits indiqués dans cette Licence.

5°) Notices nécessaires.

Vous devez reproduire la notice figurant dans l'Annexe dans chaque fichier de documentation. S'il n'est pas possible d'inclure une telle notice dans un fichier de documentation particulier, du fait de la structure du fichier, vous devez alors inclure une telle notice dans un endroit (tel qu'un répertoire) où un lecteur serait capable de chercher une telle notice, par exemple, via un hyperlien dans chaque fichier de la documentation qui renverra le lecteur vers une page qui décrit l'origine et la propriété de l'œuvre. Si vous avez créé une ou plusieurs modification(s) vous pouvez ajouter votre propre nom, en tant que Contributeur, à la notice décrite en Annexe.

Vous devez également reproduire cette licence dans tout fichier de documentation (ou mettre un hyperlien dans chaque fichier de la documentation) à l'endroit où vous expliquez les droits d'utilisateur ou de propriété.

Vous pouvez offrir à la vente, et faire payer, des services de garantie, soutien, indemnité ou responsabilité civile vis-à-vis d'un ou de plusieurs bénéficiaires de la documentation. Toutefois, vous ne pouvez faire ceci que sous votre propre responsabilité, et non pas sous la responsabilité de l'Auteur Initial ni un quelconque Contributeur. Vous devez faire clairement apparaître que toute garantie, soutien, indemnité ou responsabilité que vous offrez, est faite uniquement par vos soins, et vous marquez par la présente votre accord de dédommager l'Auteur Initial ainsi que chaque Contributeur par rapport à toute demande en garantie envers laquelle l'Auteur Initial ou tout Contributeur pourrait être appelé du fait des services de garantie, soutien, indemnité ou de responsabilité civile que vous offrez.

6°) Œuvre plus importante.

Vous pouvez créer une œuvre plus importante en combinant la documentation avec d'autres documents non couverts par la présente Licence et ainsi distribuer l'œuvre plus importante sous la forme d'un seul produit. Dans ce cas, vous devez vous assurer que les conditions de cette licence soient respectées pour la documentation.

Section D : Champ d'application de la licence

Cette Licence s'applique à la documentation à laquelle l'Auteur Initial a joint cette Licence et la notice qui apparaît en Annexe.

Section E : VERSIONS DE LA LICENCE

1°) Nouvelles Versions.

L'Auteur Initial peut publier des versions révisées et/ou nouvelles de la Licence de temps à autre.

2°) Effets des nouvelles versions.

Si la documentation a été publiée selon les conditions d'une version particulière de la licence, vous pouvez continuer à l'utiliser selon les conditions de cette version. Vous pouvez également décider d'utiliser une telle documentation selon les conditions de toute version ultérieure de la licence publiée par 0 Personne d'autre que On'a le droit de modifier les conditions de cette licence. Le fait de fournir le nom de l'auteur initial, la documentation originale ou le contributeur dans la notice décrite dans l'Annexe ne sera pas considéré comme une modification de cette Licence.

Section F : DÉCHARGE DE GARANTIE

LA DOCUMENTATION EST FOURNIE SELON LES CONDITIONS DE CETTE LICENCE « TEL QUEL », SANS GARANTIE AUCUNE, QU'ELLE SOIT EXPRESSE OU IMPLICITE, Y COMPRIS, SANS LIMITATION AUCUNE, SANS GARANTIE QUE LA DOCUMENTATION NE COMPORTE AUCUN DÉFAUT, NE SOIT COMMERCIALISABLE, NE CONVienne A UNE UTILISATION QUELCONQUE, NI NE SOIT CONSIDÉRÉE COMME UNE CONTREFRAÇON. LA TOTALITÉ DES RISQUES RELATIFS A LA QUALITÉ, PRÉCISION, ET EXECUTION DE LA DOCUMENTATION DEMEURE CHEZ VOUS. SI LA DOCUMENTATION S'AVÉRERAIT ÊTRE DÉFECTUEUSE PAR QUELQUE BIAIS QUE CE SOIT, VOUS (ET NON PAS L'AUTEUR INITIAL OU TOUT AUTRE CONTRIBUTEUR) DEVEZ ASSUMER LES FRAIS DE TOUTE MAINTENANCE, REPARATION OU CORRECTION. CETTE DÉCHARGE DE GARANTIE CONSTITUE UNE PARTIE ESSENTIELLE DE CETTE LICENCE. AUCUNE UTILISATION DE LA DOCUMENTATION N'EST AUTORISÉE SANS L'APPLICATION DE CETTE DÉCHARGE.

Section G : RÉSILIATION

Cette licence, ainsi que les droits qui y sont concédés, sera résiliée de plein droit et de manière automatique si Vous ne respectez pas les conditions de celle-ci et si vous ne corrigez pas votre manquement à ses obligations dans un délai de 30 jours à partir du moment où vous avez connaissance d'un tel manquement. Toutes sous-licences de la documentation qui ont été concédées en respect des obligations resteront en vigueur malgré la résiliation de cette licence. Toute clause qui, de par sa nature nécessite qu'elle survive à la résiliation, demeurera en vigueur.

Section H : LIMITATION DE RESPONSABILITÉ

DANS AUCUNE CIRCONSTANCE, OU SELON AUCUNE THÉORIE DE DROIT, QU'ELLE SOIT DELICTUELLE (Y COMPRIS NÉGLIGENCE), CONTRACTUELLE, OU DE QUELQU'AUTRE MANIÈRE QUE CE SOIT, L'AUTEUR INITIAL, TOUT AUTRE CONTRIBUTEUR, OU DISTRIBUTEUR DE LA DOCUMENTATION, OU TOUT FOURNISSEUR DE L'UNE QUELCONQUE DES PARTIES PRÉCÉDEMMENT NOMMÉES, NE POURRONT ÊTRE TENUS RESPONSABLE ENVERS QUICONQUE POUR TOUT DOMMAGE DIRECT, INDIRECT, PARTICULIER, INCIDENT, OU CONSÉQUENT DE QUELQUE NATURE QUE CE SOIT, COMPRENANT, SANS LIMITATION, DES DOMMAGES IMPUTABLES A LA PERTE D'UN FONDS DE COMMERCE, ARRÊT DE TRAVAIL, PANNE OU DYS-FONCTIONNEMENT D'ORDINATEUR, OU TOUS AUTRES DOMMAGES OU PERTES PROVOQUÉS PAR OU LIÉS À L'UTILISATION DE LA DOCUMENTATION, MÊME SI UNE TELLE PARTIE A ÉTÉ PRÉVENUE DE LA POSSIBILITÉ DE TELS DOMMAGES.

Section I : DISPOSITIONS FINALES

Cette Licence représente l'accord complet relatif à l'objet de celle-ci. Si une quelconque clause de cette Licence devrait être considérée comme nulle ou inapplicable, une telle clause ne sera modifiable que dans la mesure où elle puisse devenir applicable et valable. Dans tout différend ou litige dans l'application ou l'interprétation de cette licence, la partie perdante prendra en charges tous frais, y compris sans limitation, tous frais de procédure et des frais et dépenses d'avocats raisonnables. L'application de la Convention des Nations Unies régissant des Contrats pour la Vente Internationale de Marchandises est expressément exclue.

Section J : Annexe

La documentation originale s'intitule « X M' 1996, deuxième épreuve ». Le ou les auteur(s) de la documentation originale est (sont) 0 Copyright © 2008. Tous droits réservés. (Coordonnées de l'auteur initial : rcoo AT free.fr).