

1.1.a $\text{div } \vec{B} = 0$ (équation du flux magnétique) ; $\text{div } \vec{E} = 0$ (Maxwell - Gauss)

$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (Maxwell Faraday) ; $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ (Maxwell - Ampère)

1.1.b $\text{rot}(\text{rot } \vec{E}) = \text{grad}(\text{div } \vec{E}) - \Delta \vec{E} \Rightarrow \Delta \vec{E} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ $C = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$

1.1.c } $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \Rightarrow \Delta \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ $V = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r}} = \frac{C}{\sqrt{\epsilon_r}} = C \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\epsilon_r}} = \frac{C}{n}$; $n = \sqrt{\epsilon_r}$
1.1.d }

1.2 } Conservation de la composante tangentielle de $\vec{E}$
de $\vec{B}$ normale de $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$

1.3.a : onde plane, progressive, harmonique, polarisée rectilignement

1.3.b $\vec{E}$ et $\vec{B}$ orthogonaux entre eux et à la direction de propagation $\vec{u}_z$, tels que $\vec{u}_z, \vec{E}$ et $\vec{B}$ dans cet ordre forment un trièdre direct

$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \oint \omega \vec{B}_i = \oint \vec{B}_1 \wedge \vec{E}_i$ avec $\vec{B}_1 = n_1 \frac{\omega}{c} \vec{u}_z \Rightarrow \vec{B}_i = \frac{n_1}{c} \vec{u}_z \wedge \vec{E}_i$

$\vec{B}_i = \frac{n_1 \hat{E} \vec{u}_z}{c} \cos \omega(t - \frac{z}{v_1})$

1.3.c Vecteur de Poynting : $\vec{R}_i = \frac{\vec{E}_i \wedge \vec{B}_i}{\mu_0} = \frac{n_1 \hat{E}^2}{c \mu_0} [\cos^2 \omega(t - \frac{z}{v_1})] \vec{u}_z \Rightarrow \langle \vec{R}_i \rangle = \frac{n_1 \hat{E}^2}{2 c \mu_0} \vec{u}_z$

$P_i = \langle \vec{R}_i \rangle \cdot (S \vec{u}_z) = \frac{n_1 \hat{E}^2 S}{2 c \mu_0} = P_i$

1.4.a Conservation de la composante tangentielle de $\vec{E}$ en $x=0 \Rightarrow 1 + p = \tau$

1.4.b $\vec{B}_r = (-\frac{\vec{B}_1}{\omega} \wedge \vec{E}_r) = -\frac{n_1}{c} \rho \hat{E} [\cos \omega(t + \frac{z}{v_1})] \vec{u}_z$; $\vec{B}_t = \frac{\vec{B}_1}{\omega} \wedge \vec{E}_t = \frac{n_2}{c} \tau \hat{E} [\cos \omega(t - \frac{z}{v_2})] \vec{u}_z$

en $x=0$ conservation de $\vec{B}$ ($\vec{B}_i + \vec{B}_r = \vec{B}_t$) $\Rightarrow n_1(1 - \rho) = n_2 \tau$

1.4.c résolution du système (équations du 1.4.a et 1.4.b) $\Rightarrow$ relations demandées

1.4.d $P_r = \frac{n_1 (\rho \hat{E})^2 S}{2 c \mu_0}$; $P_t = \frac{n_2 (\tau \hat{E})^2 S}{2 c \mu_0}$ $R = \rho^2$ et $T = \frac{n_2}{n_1} \tau^2$

On vérifie $R + T = 1$ (conservation de l'énergie)

2.1 $\rho = -0,257$; $\tau = 0,743$ $\Rightarrow R = 0,066$ (6,6% d'énergie réfléchi)
 $\Rightarrow T = 0,934$ (93,4% d'énergie transmise)

2.2.a $\lambda = \lambda_0 / n$

2.2.b } $\tau_1 = \frac{2n}{n'+n}$; $\tau_2 = \frac{2n'}{n'+n}$; $\tau_3 = \frac{2n}{n'+n}$
2.2.c } $\rho_1 = \frac{n-n'}{n+n'}$; $\rho_2 = \frac{n'-n}{n'+n}$; $\rho_3 = \frac{n'-n}{n'+n} = -\rho_1$

2.3.a $E_{23}(y, t) = \rho_2 \rho_3 \frac{\hat{E}}{r} e^{j(\omega t - \frac{2D}{v})}$

avec $\frac{2\omega D}{v} = \frac{\omega \lambda}{2v} = \frac{n\omega \lambda}{2c} = \frac{\omega \lambda_0}{2c} = \frac{2\pi f \lambda_0}{2c}$ avec $\lambda_0 = \frac{c}{f}$ (f : fréquence)

$\Rightarrow \frac{2\omega D}{v} = \pi$ donc $e^{-j\frac{2\omega D}{v}} = e^{-j\pi} = -1$

$$\Rightarrow \underline{E_{23}}(\vec{y}, t) = -p_2 p_3 \hat{E}_p e^{j\omega t} = -p_2 p_3 \underline{E}_p(\vec{y}, t)$$

$$2.3.b \quad \underline{E}_p = \tau_1 \underline{E}_i + \underline{E_{23}} = \tau_1 \underline{E}_i + p_2 p_3 \underline{E}_p \Rightarrow \underline{E}_p = \frac{\tau_1 \underline{E}_i}{1 + p_2 p_3} \Rightarrow \boxed{\hat{\underline{E}}_p = \frac{\tau_1 \hat{\underline{E}}_i}{1 + p_2 p_3}}$$

$$2.3.c \quad \text{en recomposant: } \underline{E}_r = p_1 \underline{E}_i + \tau_3 \underline{E}'_p$$

avec $\underline{E}'_p$ = onde venant de la droite (sens $\neq$ à ox) ayant subi uniquement la réflexion sur S_2 et ayant fait 1 tour par rapport à $\underline{E}_p$ donc déphasé de π

$$\underline{E}'_p = -p_2 \underline{E}_p \Rightarrow \underline{E}_r = p_1 \underline{E}_i - p_2 \tau_3 \underline{E}_p = \left[p_1 - \frac{p_2 \tau_3 \tau_1}{1 + p_2 p_3} \right] \underline{E}_i$$

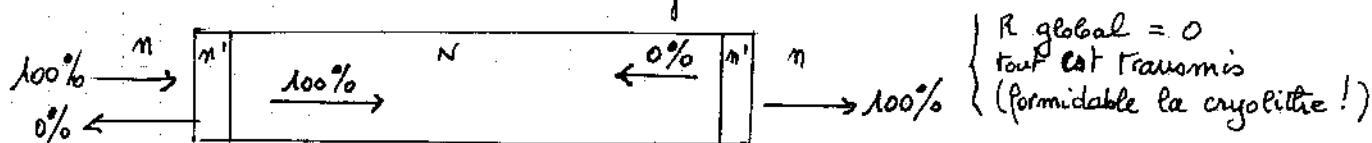
$$\underline{E}_r = \left[p_1 - \frac{p_2 (1+p_2)(1+p_3)}{1 + p_2 p_3} \right] \underline{E}_i \quad \text{avec } p_3 = -p_1 \Rightarrow \boxed{\underline{E}_r = \left[p_1 - \frac{p_2 (1-p_1^2)}{1 - p_1 p_2} \right] \underline{E}_i}$$

$$\underline{E}_r = 0 \quad \text{pour} \quad p_1 (1 - p_1 p_2) = p_2 (1 - p_1^2) \Rightarrow \boxed{p_1 = p_2}$$

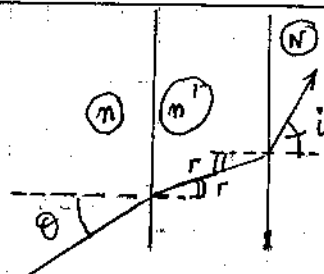
$$2.4.a \Rightarrow |n'|^2 = Nn \quad ; \quad \hat{m} \text{ condition en intervertissant } N \text{ et } n.$$

$$2.4.b \quad |n'| = \sqrt{N} = 1,30 \quad 100\% \text{ d'énergie transmise (pas de réflexion)}$$

2.4.c La relation est conservée en intervertissant n et $N \Rightarrow$ il y a aussi transmission totale en bout de ligne.



3



Lois de Descartes successives :

$$n \sin \theta = n' \sin r = N \sin i \Rightarrow \boxed{\sin i = \frac{n}{N} \sin \theta} \quad (\text{indép de } n')$$

Sur l'interface N/N' : loi de Descartes :

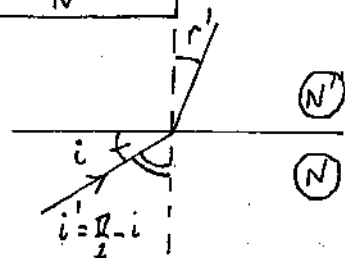
$$N \sin i = N' \sin r' \Rightarrow \sin r' = \frac{N}{N'} \sin i = \frac{N}{N'} \cos i$$

Il y a réflexion totale (donc guidage) si $\sin r' > 1$

$$\Leftrightarrow \cos i > \frac{N'}{N} \Leftrightarrow 1 - \sin^2 i > \left(\frac{N'}{N} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{n^2}{N^2} \sin^2 \theta > \left(\frac{N'}{N} \right)^2 \Leftrightarrow \sin^2 \theta < \frac{N^2 - N'^2}{n^2} = 1,17$$

Cette condition est toujours vérifiée donc tous les angles θ conviennent



4.1 $\Delta = m \cdot MF - N \cdot HS - m \cdot SF$; en faisant $m=1$: $\Delta = r - N \cdot HS - f$

géométriquement : $HS = r \cos(\pi - \theta) - f = -r \cos \theta - f \Rightarrow \Delta = r(1 + N \cos \theta) + f(N-1)$

4.2 $\varphi = -\frac{2\pi\Delta}{\lambda_0}$ donc si $\varphi=0 \Rightarrow \Delta=0 \Rightarrow r = \frac{f(1-N)}{1+N \cos \theta}$

équation polaire d'une hyperbole (de la forme $r = \frac{p}{1+e \cos \theta}$ avec $e=N>1$)

4.3 $\theta = 150^\circ \Rightarrow \cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; d'autre part $r = \frac{HM}{\sin \theta} = 2 HM$

Dans l'équation de 4.2 $\Rightarrow f = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} - 1}{N-1} 2(HM)_{\max} = \underline{4,03 \text{ } \mu\text{m}}$

$(HS)_{\max} = (HF)_{\max} - f = \frac{(HM)_{\max}}{\tan(\pi - \theta)} - f = \sqrt{3} (HM)_{\max} - f = \underline{1,16 \text{ } \mu\text{m}}$
 $\Rightarrow$ surface assez bombée

5.1.a $A_0 B_1 = L + A_0 B_0 = L + v t_1 = c_1 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{L}{c_1 - v}$

5.1.b $A_1 B_0 = L - A_1 B_1 = L - v t_2 = c_2 t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{L}{c_2 + v}$

5.1.c $\frac{c_1}{mc} = \frac{1}{n^2} + \frac{v}{mc} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{1}{n^2} + x \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ si $x = \frac{v}{mc} \ll 1$

$t_1 = \frac{L}{c_1 - v} = \frac{L}{mc} \frac{1}{\left(\frac{c_1}{mc} - \frac{v}{mc}\right)} = \frac{L}{mc} \left(\frac{n^2}{1-x}\right) \approx \frac{nL}{c} (1+x)$
 de même

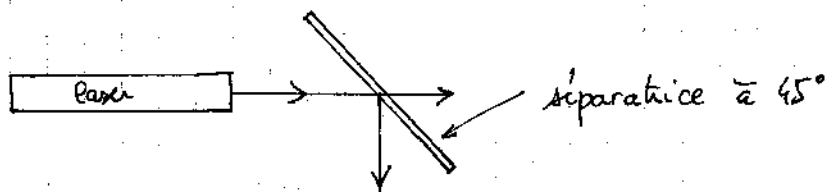
$t_2 = \frac{L}{c_2 + v} = \frac{L}{mc} \frac{1}{\left(\frac{c_2}{mc} + \frac{v}{mc}\right)} = \frac{L}{mc} \left(\frac{n^2}{1+x}\right) \approx \frac{nL}{c} (1-x)$

$\Delta t = \frac{2nLx}{c} = \frac{2Lv}{c^2}$

$\Phi = 2\pi f \Delta t$ avec $f = \frac{c}{\lambda_0} \Rightarrow$

$\Phi = \frac{4\pi nLx}{\lambda_0} = \frac{4\pi Lv}{\lambda_0 c}$

5.2.a



5.2.b formule des interférences à 2 ondes:

$$\mathcal{E} = \left[2 \left(\frac{\hat{E}^2}{2c\epsilon_0} \right) \right] (1 + \cos \Phi)$$

↳ éclaircissement moyen des deux faisceaux (voir 1.3.c)

$$V = R\Omega \Rightarrow \Phi = \frac{4\pi L R \Omega}{\lambda_0 c}$$

5.2.c $\left| \frac{d\mathcal{E}}{d\Omega} \right| = \frac{\hat{E}^2}{c\epsilon_0} |\sin \Phi| \left| \frac{d\Phi}{d\Omega} \right| = \frac{\hat{E}^2}{c\epsilon_0} |\sin \Phi| \times \frac{4\pi L R}{\lambda_0 c}$

Pour $\left| \frac{d\mathcal{E}}{d\Omega} \right|$ grand, il faut:

- L grand
 - $|\sin \Phi|$ grand donc voisin de 1 $\Rightarrow \Phi = (2k+1)\frac{\pi}{2}$ (k entier): déphasage optimal

- géométrie "aveugle" pour $\sin \Phi = 0 \Leftrightarrow \Phi = k\pi$ (k entier)

5.2.d si $\Phi = (2k+1)\frac{\pi}{2}$ alors $\cos \Phi = 0$ $\mathcal{E}_0 = \frac{\hat{E}^2}{c\epsilon_0}$

$$\frac{\delta \mathcal{E}}{\mathcal{E}_0} = 0,05 = \left(\frac{\delta \mathcal{E}}{\delta \Omega} \right) \times \frac{\delta \Omega}{\mathcal{E}_0} = \left(\frac{\hat{E}^2}{c\epsilon_0} \times 1 \times \frac{4\pi L R}{\lambda_0 c} \right) \frac{\delta \Omega}{\mathcal{E}_0} = \frac{4\pi L R \delta \Omega}{\lambda_0 c}$$

avec $\delta \Omega = 1^\circ/s = \frac{\pi}{180} \text{ rad/s} \Rightarrow LR = 106 \text{ m}^2$

avec $L = (2\pi R)r \Rightarrow r \times 2\pi R^2 = 106 \text{ m}^2$

$r = 1630$

1.1: $V_G = (L_0 + \xi_n - \xi_{n-1})S$ et $V_D = (L_0 + \xi_{n+1} - \xi_n)S$

1.2.a $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{7}{5}$ (air = diatomique : O_2 et N_2)

1.2.b conditions : gaz parfait ; $\gamma = \text{cte}$; adiabatique ; réversible (isentropique)

- adiabatique car les échanges thermiques sont bien plus lents (grande constante de temps) que les variations de pression.
- réversible : absence de frottements (air = fluide parfait)

1.2.c $P_G = P_0 \left(\frac{L_0 + \xi_n - \xi_{n-1}}{L_0} \right)^{-\gamma} \approx P_0 \left[\frac{\gamma}{L_0} (\xi_{n-1} - \xi_n) \right]$

1.2.d $P_D = P_0 \left(\frac{L_0 + \xi_{n+1} - \xi_n}{L_0} \right)^{-\gamma} \approx P_0 \left[\frac{\gamma}{L_0} (\xi_n - \xi_{n+1}) \right]$

1.2.e $F_n = (P_G - P_D)S = \frac{P_0 \gamma S}{L_0} [\xi_{n-1} + \xi_{n+1} - 2\xi_n]$

1.3 $dF_n = \frac{P_0 \gamma S}{(dx)} \left[(\xi(x-dx, t) - \xi(x, t)) + (\xi(x+dx, t) - \xi(x, t)) \right]$

$$dF_n = \frac{P_0 \gamma S}{(dx)} \left\{ \left[\frac{\partial \xi}{\partial x} (-dx) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} (dx)^2 \right] + \left[\frac{\partial \xi}{\partial x} (dx) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} (dx)^2 \right] \right\}$$

$$dF_n = P_0 \gamma S \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} dx$$

1.4 PFD : $\left(\int_0^L S dx \right) \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = dF_n = P_0 \gamma S \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} dx \Rightarrow \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{S_0}{P_0 \gamma} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$

1.5.a $C = \sqrt{\frac{P_0 \gamma}{S_0}}$ 1.5.b $C = 344 \text{ m.s}^{-1}$

1.5.c • dans le vide le son ne se propage pas ($C=0$) : absence de molécules.
• le son se propage plus vite dans les solides.

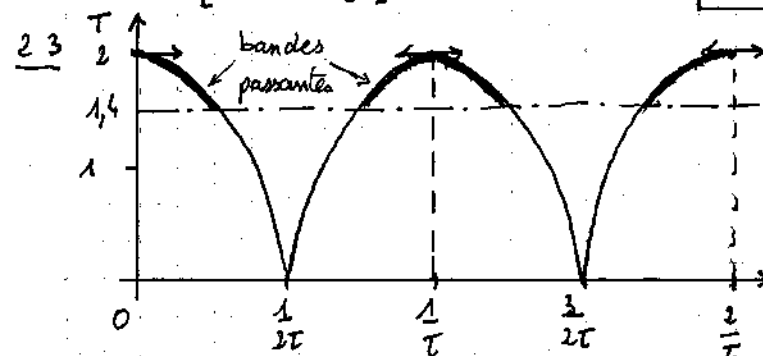
2.1 courants d'entrée nuls et $e_+ = e_-$

Th Millermann : $e_- = \frac{v_S}{\frac{1}{R} + \frac{1}{X}}$ et $e_+ = \frac{\frac{v_0}{R} + \frac{v_r}{R}}{\frac{3}{R}} \Rightarrow \frac{v_S}{1 + \frac{X}{R}} = \frac{v_0 + v_r}{3}$

si $v_S = v_0 + v_r \Rightarrow X = 2R$

2.2 $v_S = \hat{v} [\cos \omega t + \cos \omega(t-\tau)]$

$$= \left[2 \hat{v} \cos \frac{\omega \tau}{2} \right] \cos \left(\omega t - \frac{\omega \tau}{2} \right) \Rightarrow V_S = 2 V_0 \left| \cos \frac{\omega \tau}{2} \right|$$



• tension de sortie nulle pour $f = \frac{1}{2} \left(k + \frac{1}{2} \right)$

• $-3\text{dB} \Leftrightarrow$ diviser $T_{\text{max}}=2$ par $\sqrt{2}$

$\Rightarrow$ limite bande passante $= \frac{2}{\sqrt{2}} = 1,4$

2,4

série : 20 Hz à 20 kHz

$$\cos \frac{\omega T}{2} > 0,7 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{\omega T}{2} < \frac{\pi}{4} \Rightarrow f T < \frac{1}{4} \Rightarrow \tau < \frac{1}{4f} = 12,5 \mu s$$

Le filtrage privilégie les graves car pour τ donné, $f T$ sera plus petit et la transmission meilleure.

(D'autre part cela se voit à l'aide des graphes)

3.1 $\tau = \frac{17}{340} = 0,05 \text{ s}$

3.2 $dF_e = -k [\xi(x,t) - \xi(x-dx,t)] - k [\xi(x,t) - \xi(x+dx,t)]$

$$dF_e = k \left[\frac{\partial \xi}{\partial x}(-dx) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} (dx)^2 \right] + k \left[\frac{\partial \xi}{\partial x}(dx) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} (dx)^2 \right] = k \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} (dx)^2$$

3.3a Pour une m force sur les ressorts (loi de l'action et la réaction) de longueur L_0
 on a $\left\{ \begin{array}{l} \text{pour 1 ressort} \quad \vec{F} = -k(L_0 + x) \vec{u}_x \\ \text{pour le ressort global} \quad \vec{F} = -K(NL_0 + Nx) \vec{u}_x \quad (\text{en bout de ressort}) \end{array} \right.$

$$\Rightarrow \underline{KN = k}$$

donc $\boxed{k = \left(\frac{L}{dx}\right) K}$ car $N = \frac{L}{dx} \quad (L_0 = dx)$

3.3.b PFD : $dM \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = dF_e = LK \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} dx$ avec $dM = M \left(\frac{dx}{L}\right)$

3.3.c

$$\boxed{\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{M}{L^2 K} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}}$$

$$\boxed{C' = L \sqrt{\frac{K}{M}}}$$

$$L = C' \tau \Rightarrow \boxed{\tau = \sqrt{\frac{M}{K}}}$$

3.3.d

$$\tau = \sqrt{\frac{\lambda L}{K}}$$

$$\lambda = \text{masse linéique} = 2g/cm = 0,2 \text{ kg/m}$$

$$\Rightarrow L = \frac{K \tau^2}{\lambda} \quad \text{avec} \quad \tau = 0,05 \text{ s}$$

$$\boxed{L = 0,3 \text{ m}}$$