Partie A : OPTIQUE**I. DEFINITIONS**

- 1.a. Invariant par rotation autour d'une droite appelée axe du système.
 b. Que des miroirs.
 2.a. Un faisceau conique incident de sommet A donne, à travers le système, un faisceau conique émergent dont le sommet A' est appelé image de A.
 b. Miroir plan.
 3.a. A'B' transverse.
 b. Miroir plan.
 4.a. Rayons voisins de l'axe en distance et direction.
 b. Stigmatisme approché pour tout point.

II. ETUDE DE MIROIRS SPHERIQUES

- 1.a. Divergent. b. (m_2) c. Divergent.
 2.a. $\alpha \approx \overline{HI}/\overline{AS}$ et $\alpha' \approx \overline{HI}/\overline{A'S}$ et $\beta \approx \overline{HI}/\overline{CS}$. De $\beta - \alpha = \alpha' - \beta$ on déduit $k_1 = 2$.
 Enfin : $f = f' = \overline{SC}/2$.
 b. F et F' sont au milieu de CS. On trace le rayon émis par B, incident en I, parallèle à l'axe, qui ressort par F', et le rayon émis par B, incident en J, passant par F, qui ressort parallèle à l'axe. Leur intersection est B'. ABF semblable à SJF et A'B'F semblable à SIF d'où

$$\gamma = \overline{A'B'}/\overline{AB} = \overline{SJ}/\overline{AB} = \overline{SF}/\overline{AF} = \overline{A'B'}/\overline{SI} = \overline{A'F}/\overline{SF}$$
 d'où $\overline{FA} \cdot \overline{FA'} = ff'$.
 c. $\overline{FA} = \overline{FC} + \overline{CA}$ et $\overline{FA'} = \overline{FC} + \overline{CA'}$, d'où, après simplification par ff' et division par $-\overline{CA} \cdot \overline{CA'} f'$, la relation du texte avec $k_2 = 2$.
 d. $\gamma = \overline{SF}/\overline{AF} = \overline{A'F}/\overline{SF} = \overline{CA'}/\overline{CA}$ (triangles ABC et A'B'C) = $-\overline{SA'}/\overline{SA}$ (triangles ABS et A'B'S).
 3.a. Dans les deux cas, A'B' est entre F et S, droite et plus petite.
 b.1. $\overline{S_3A'} = 10$ et $\gamma = 2$. b.2. $\overline{C_4A'} = -20/3$ et $\gamma = -2/3$.
 4.a. $A' \approx F$; $\varepsilon \approx D_L/D_{TL} = 9 \cdot 10^{-3}$; $A'B' \approx 30\varepsilon \approx 0,27$ cm
 b. A' entre F₂ et S₂; $\infty \rightarrow F'_1 \rightarrow F'$ donc

$$1/\overline{S_2F'} = 2/\overline{S_2C_2} - 1/\overline{S_2F'_1} = (2d+R_1-R_2)/[R_2(d+R_1/2)]$$
 d'où $\overline{S_2F'} = 30$ cm, puis

$$\gamma = \overline{F_2F'}/\overline{F_2S_2} = 1 + \overline{S_2F'}/\overline{F_2S_2} = 2,5$$
 et $A''B'' = 0,675$ cm. $f_L = A''B''/\varepsilon = 75$ cm.

III. ETUDE DES LENTILLES MINCES

- 1.a. biconcave : l₂; ménisque convergent : l₄; plan concave : l₆.
 b. convergente car O entre B et B'.
 c. divergente car B' entre B et O.
 2.a. BI émerge par F' et BJ émerge parallèle à l'axe donc A' est à droite de F' et l'image est renversée. $\Gamma = \overline{A'B'}/\overline{AB} = \overline{OJ}/\overline{AB} = \overline{OF}/\overline{AF} = \overline{A'B'}/\overline{OI} = \overline{A'F'}/\overline{OF'}$ d'où

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = \overline{OF} \cdot \overline{OF'}$$
.
 b. $\overline{FA} = \overline{FO} + \overline{OA}$ et $\overline{F'A'} = \overline{F'O} + \overline{OA'}$, d'où, après simplification par $\overline{OF} \cdot \overline{OF'}$ et division par $\overline{OA} \cdot \overline{OA'} \cdot \overline{F'O}$, la relation $1/\overline{OA'} - 1/\overline{OA} = 1/\overline{OF'}$. $\Gamma = \overline{OA'}/\overline{OA}$.
 3.a.1. A' est à gauche de A et A'B' est droite, plus grande que AB.
 a.2. A' est à droite de A et A'B' est droite, plus grande que AB
 b.1. $\overline{F_3A} = 45$ cm donc $\overline{F'_3A'} = -20$ cm
 b.2. $\overline{F_4A} = -80$ cm donc $\overline{F'_4A'} = 45/4$ cm et $\overline{O_4A'} = 45/4 - 30 = -18,75$ cm
 4.a. $f'_1 = 20$ cm et $f'_2 = -5$ cm

b.1. F'_1 et F_2 confondus. $d = 15$ cm.

b.2.

b.3. $G = \theta'/\theta = -f'_1/f'_2 = 4$

c.1. Copernic : $96/384000 = 2,5 \cdot 10^{-4}$ non et $4,2,5 \cdot 10^{-4} = 10^{-3}$ oui
Clavius : $240/384000 = 6,2 \cdot 10^{-4}$ oui et $4,6,2 \cdot 10^{-4}$ oui

c.2. $12150/45 \cdot 10^6 = 2,7 \cdot 10^{-4}$, vu comme un point, et $4,2,7 \cdot 10^{-4} = 10,8 \cdot 10^{-4}$ vu comme un disque. De toutes façons, si la distance Terre-Jupiter est supérieure à $145800 \cdot 45 \cdot 10^6 / 12150 = 540 \cdot 10^6$ km (ce qui est le cas), l'œil verra un point passant au même endroit qu'un autre, et à travers la lunette on verra un disque passant devant un autre disque plus petit.

Partie B : ELECTROMAGNETISME

I. CONDUCTEURS – CONDENSATEURS – CAPACITES

1.a. conducteur : existence de charges libres ; isolant : que des charges liées.

Conducteurs : métal, corps humain, eau (peu)

b. pas de mouvement macroscopique des charges libres, d'où $\mathbf{E}_i = \mathbf{0}$ donc $\rho = 0$ et $V_i = \text{cst}$; les charges excédentaires se répartissent à la surface du conducteur.

c. $\rho_c = 0$ donc $\mathbf{E}_c = \mathbf{0}$ donc $\sigma_c = 0$ et $V_c = \text{cst}$ (celle du conducteur) ; les charges excédentaires se répartissent à la surface extérieure du conducteur.

d. $\mathbf{E}$ (dans l'isolant au voisinage du conducteur) = $(\sigma/\epsilon_0)\mathbf{n}_{\text{ext}}$.

2.a. $C = Q/V$.

b.1. Rem : sur un tel conducteur σ ne resterait pas uniforme et corrélativement, avec σ_1 uniforme, V n'est pas constant sur le disque. Calculons, avec σ_1 uniforme, $Q_1 = \sigma_1 \pi R_1^2$ et le potentiel au centre du disque (c'est le seul endroit où c'est facile !) :

$$V_1(O_1) = \sigma_1 / (4\pi\epsilon_0) \int_0^{R_1} (1/r) 2\pi r dr = 2\pi R_1 \sigma_1 / (4\pi\epsilon_0) \text{ d'où } C_1 = 2\pi R_1 \epsilon_0.$$

b.2. Même remarque qu'au **b.1.** Calculons, avec σ_2 uniforme, $Q_2 = \sigma_2 2\pi R_2 \ell$ et le potentiel au centre de symétrie O_2 du cylindre :

$$V_2(O_2) = \sigma_2 / (4\pi\epsilon_0) \int_{-\ell/2}^{\ell/2} (1/\sqrt{R_2^2 + z^2}) 2\pi R_2 dz = \sigma_2 R_2 / (2\epsilon_0) \text{Ln} \left[\frac{\sqrt{R_2^2 + (\ell/2)^2} + (\ell/2)}{\sqrt{R_2^2 + (\ell/2)^2} - (\ell/2)} \right] \text{ d'où } C_2.$$

Si $\ell \gg R_2$, on trouve $C_2 \approx (2\pi \ell \epsilon_0) / \text{Ln}(\ell/R_2)$. Est-ce le résultat attendu ?

b.3. Ici l'hypothèse σ_3 uniforme est exacte et on trouve facilement : $Q_3 = 4\pi\epsilon_0 R_3 V_3 = 4\pi R_3^3 \sigma_3$ donc $C = 4\pi\epsilon_0 R_3$.

3.a. Un système de deux conducteurs dont l'un est creux et contient l'autre. Par extension un système de deux conducteurs avec influence totale de l'un sur l'autre.

b. Pas compris

c. Cours.

4.a. $Q_A = -Q_{B_i}$, par ex en appliquant Gauss à une surface interne à B et entourant A.

b. $Q = Q_A$ et $C = Q_A / (V_A - V_B)$.

c.1. $C_1 = \epsilon_0 S / e = 4 \cdot 10^{-11}$ F et $Q = 6 \cdot 10^{-9}$ C avec $4\pi\epsilon_0 \approx 1/(9 \cdot 10^9)$.

c.2. On supposera $h \gg R_2$. En cylindriques : $E_r = Q_1 / (2\pi\epsilon_0 h r)$ et

$$\Delta V = (Q_1 / (2\pi\epsilon_0 h)) \text{Ln}(R_2/R_1) \text{ d'où } C_2 = (2\pi\epsilon_0 h) / \text{Ln}(R_2/R_1) \approx \epsilon_0 2\pi h R_1 / e = \epsilon_0 S / e.$$

c.3. Par symétrie, $V = V(r)$ et $d(r^2 dV/dr)/dr = 0$ d'où $V(r) = K/r + K'$ puis $E_r = K/r^2$ donc $K/R_1^2 = \sigma_1/\epsilon_0$ (théo. de Coulomb) d'où $Q_1 = 4\pi\epsilon_0 R_1 R_2 (V_1 - V_2) / (R_2 - R_1)$ et $C_3 = 4\pi\epsilon_0 R_1 R_2 / (R_2 - R_1) \approx \epsilon_0 4\pi R_1^2 / e = \epsilon_0 S / e$.

II. CONDENSATEURS SPHERIQUE / Système Terre-ionosphère

1. $\mathbf{E}_r = -\mathbf{e}_r Q/(4\pi\epsilon_0(R+z)^2)$
2. $V(z) = (Q/(4\pi\epsilon_0))[1/R - 1/(R+z)]$ et $C = 4\pi\epsilon_0 R(R+z_0)/z_0$.
3. $z_0 \ll R$ donc $C \approx 4\pi\epsilon_0 R^2/z_0 = 2/30 \text{ F}$ et $W_{el} = CV^2/2 = 432 \cdot 10^7 \text{ J}$ et $E_r(R) = -6 \text{ v/m}$.
4. $\sigma = \epsilon_0 E = -1/(6\pi) \cdot 10^{-9} \text{ C/m}^2$ et $-Q = 24 \cdot 10^3 \text{ C}$.
5. $E_1 = 10^5 \text{ V/m}$ et $\sigma_1 = 1/(36\pi) \cdot 10^{-4} \text{ C/m}^2$. Le transfert de charges sera fortement augmenté (éclaircs).

III. CONDENSATEUR PLAN : Circuit RC

- 1.a. Si $\omega \rightarrow 0$: C = interrupteur ouvert, donc pas de courant dans R et $U_s = U_e$.
Si $\omega \rightarrow \infty$: C = interrupteur fermé, donc $U_s = 0$. Donc passe-bas.
- b. $\omega_c = 1/(RC)$ et $\underline{H} = 1/(1+jx)$ c. Cours.
- 2.a. Si $\omega \rightarrow 0$: C = interrupteur ouvert, donc pas de courants dans les R et $U_s = 0$.
Si $\omega \rightarrow \infty$: C = interrupteur fermé, donc $U_s = 0$. Donc passe-bande.
- b. $\underline{H}' = 1/[3+j(x - 1/x)]$ c. Cours.
- d. $x - 1/x = \pm 3$ ou $x^2 \pm 3x - 1 = 0$ d'où les racines positives : $x = (\sqrt{13} \pm 3)/2$ et $\Delta\omega = 3/(RC)$.

IV. CONDUCTEURS CYLINDRIQUES : Câble coaxial

1. $\text{rot } \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B}/\partial t$ donne $B_\rho = B_z = 0$ et $B_\theta = -1/(j\omega)(\partial E_\rho/\partial z)\exp(j\omega t)$.
2. $\text{rot } \mathbf{B} = (1/c^2)\partial \mathbf{E}/\partial t + \mu_0 \mathbf{j}$, avec $\partial \mathbf{E}/\partial t // \mathbf{e}_\rho$, donne $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$ d'où
 $\mathbf{B} = \mu_0 I_m \exp(j\omega t)/(2\pi\rho) \mathbf{e}_\theta$.
3. Ici $\mathbf{j} = \mathbf{0}$, d'où $c^2 \partial B_\theta/\partial z = -\partial E_\rho/\partial t$ d'où $\mathbf{E} = -c^2 \mu_0 \partial I_m/\partial z \exp(j\omega t)/(j\omega 2\pi\rho) \mathbf{e}_\rho$.
4. On obtient : $d^2 I_m/dz^2 + (\omega/c)^2 I_m = 0$ d'où $k = \omega/c$.
5. $\mathbf{E} = c\mu_0 I_0 \cos(\omega t - kz)/(2\pi\rho) \mathbf{e}_\rho$ et $\mathbf{B} = \mu_0 I_0 \cos(\omega t - kz)/(2\pi\rho) \mathbf{e}_\theta$. Structure locale d'onde plane.
6. $\mathbf{S} = c\mu_0 I_0^2 \cos^2(\omega t - kz)/(4\pi^2 \rho^2) \mathbf{e}_z$ et $\langle \mathbf{S} \rangle = c\mu_0 I_0^2/(8\pi^2 \rho^2) \mathbf{e}_z$ d'où
$$P = c\mu_0 I_0^2/(8\pi^2) \int_{R_1}^{R_2} (2\pi\rho d\rho)/\rho^2 = c\mu_0 I_0^2/(4\pi) \cdot \text{Ln}(R_2/R_1).$$