

Les pages suivantes contiennent la partie optique de ce sujet (énoncé de 7 pages)
suivie de son corrigé (4 pages).

Consignes :

- Tout résultat non encadré ne sera pas corrigé.
- Indiquez pour chaque question le numéro **complet** de la question, celui qui est encadré (écrivez, par exemple, A11 ou C14 et pas simplement 1 ou 4).
- Toute application numérique sans unité sera considérée comme fausse.
- On veillera au respect des chiffres significatifs.
- Si, au cours de l'épreuve, vous repèrez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous le signalez sur votre copie et poursuivez en expliquant les initiatives que vous êtes amené à prendre.
- Il ne faudra pas hésiter à formuler les commentaires (incluant des considérations numériques) qui vous sembleront pertinents. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que de la qualité de la rédaction de la copie.

APPROCHE D'UN PROJECTEUR DE DIAPOSITIVES

Les questions de ce problème constituent une suite logique et sont donc à traiter dans l'ordre indiqué. Un document réponse est à votre disposition pour certaines questions.

Pour les tracés d'optique géométrique demandant une grande précision, le correcteur attachera une importance au soin et à la clarté des figures du document réponse.

Certaines des questions peuvent donner lieu à une application numérique, une attention particulière y sera donnée lors de la correction de ce problème.

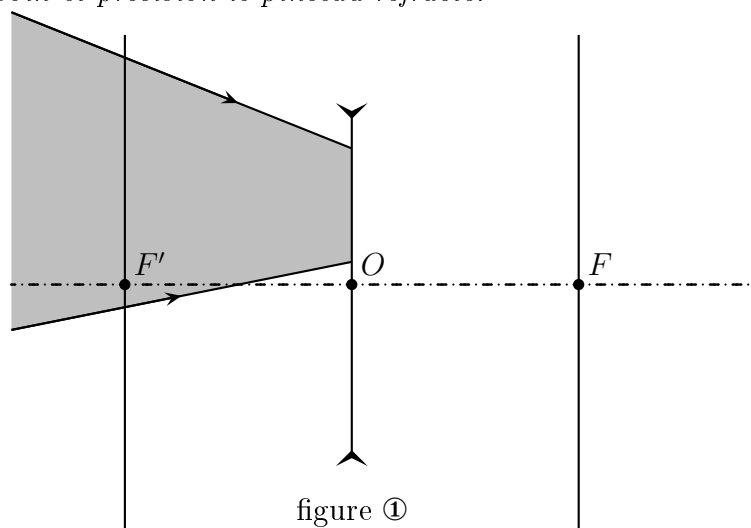
Notez bien que, pour des raisons techniques, il ne nous était pas possible de garantir la correspondance entre les valeurs des applications numériques et les distances focales mesurées sur les figures du document réponse. Ces dernières ont donc été choisies indépendamment des applications numériques de manière à vous permettre de tracer des figures restant dans la page et donnant une idée claire du schéma de fonctionnement. En conséquence aucune valeur ne sera mesurée à la règle sur le document réponse.

1°) Préambule



Dans l'ensemble de ce problème, on supposera qu'on se trouve dans les conditions de Gauss.

- A11** On considère un pinceau lumineux convergent arrivant sur la lentille divergente de la figure ①. Sur la figure A11 du document réponse, tracer le pinceau lumineux au delà de cette lentille. On coloriera avec soin et précision le pinceau réfracté.



A12 Premier système optique

On considère un système optique constitué (de gauche à droite) de deux lentilles minces convergentes (C_1) et (C_2) coaxiales de distances focales respectives f'_1 et $f'_2 = f'_1/3$.

A12a Quelles sont les conditions pour qu'un faisceau incident parallèle entrant dans la lentille (C_1) induise un faisceau parallèle sortant de la lentille (C_2) ? Argumenter votre réponse.

A12b Faire le tracé correspondant sur la figure A12b du document réponse. On prendra un faisceau incident de rayons parallèles faisant un angle α avec l'axe optique.

A12c Établir l'expression du rapport G (défini positif) des largeurs des faisceaux d'un tel système optique.

Faire l'application numérique. On prendra $f'_1 = 6,0$ cm.

A12d Le faisceau incident faisant un angle α avec l'axe optique, exprimer l'angle α' du faisceau sortant en fonction de G et α .

Commenter le signe.

A13 Deuxième système optique

On considère un système optique constitué (de gauche à droite) de deux lentilles minces (C_1) et (D_2) coaxiales de distances focales respectives f'_1 et f'_2 . La lentille (C_1) est convergente et la lentille (D_2) est divergente.

A13a Quelles sont les conditions pour qu'un faisceau incident parallèle entrant dans la lentille (C_1) induise un faisceau parallèle sortant de la lentille (D_2) ? Argumenter votre réponse.

A13b Faire le tracé correspondant sur la figure A12b du document réponse. On prendra un faisceau incident de rayons parallèles faisant un angle α avec l'axe optique.

A13c Établir l'expression du rapport G' (défini positif) des largeurs des faisceaux d'un tel système optique.

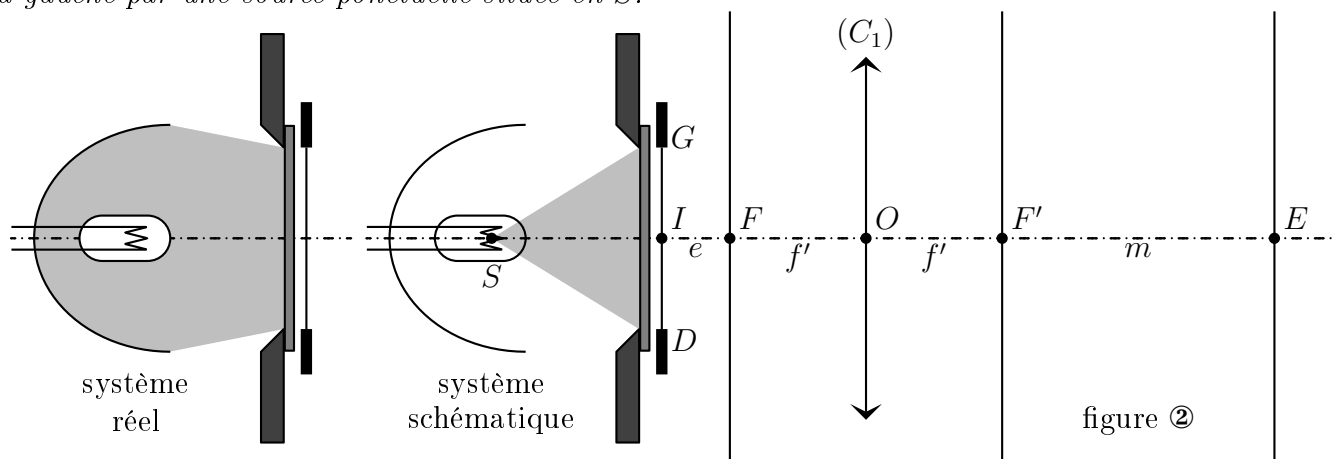
A13d Le faisceau incident faisant un angle α avec l'axe optique, exprimer l'angle α' du faisceau sortant en fonction de G' et α .

Commenter le signe.

A13e Le faisceau sortant est-il toujours parallèle ?

2°) Conception d'un projecteur de diapositives

On cherche à concevoir un projecteur de diapositives ($24 \text{ mm} \times 36 \text{ mm}$) permettant d'obtenir une image de $1,20 \text{ m}$ de large sur un écran situé en E à $\ell = 3,0 \text{ m}$ du centre optique de la lentille mince (C_1) pour une diapositive horizontale. Dans cette partie du problème, on notera e la distance $\overline{IF}$ et m la distance $\overline{F'E}$. Comme on peut le voir sur la figure ②, on remplacera la source lumineuse réelle à gauche par une source ponctuelle située en S .



- A21** Quel est le grandissement γ nécessaire ? Commenter le signe.
- A22** Dans un premier temps, on utilise le montage de la figure ② qui comprend une source lumineuse (que l'on supposera ponctuelle) située en un point S (situé sur l'axe optique) située en amont d'un diaphragme et un diffuseur épais. La diapositive sera insérée, centrée en I sur l'axe optique juste devant le diffuseur. L'objectif est constitué d'une lentille convergente de focale $f' = \overline{OF} = -\overline{OF'}$ centrée sur l'axe optique en O .
Quel est l'intérêt du diffuseur épais ?
- A23** Tracer sur la figure A23 du document réponse G' et D' les images des points G et D représentant respectivement les bords gauche et droit de la diapositive.
Dans quel sens faut-il monter la diapositive ? Justifier votre réponse.
- A24** Déterminer les expressions de e , m et f' en fonction du grandissement γ et de ℓ .
Réaliser l'application numérique pour le grandissement souhaité.
- A25** On souhaite en plus pouvoir obtenir une image nette par déplacement de l'objectif pour des distances ℓ comprises entre 2,0 et 5,0 m.
Quels sont les grandissements et largeurs d'images horizontales correspondant à ces deux limites (image nette d'une diapositive horizontale) ?
- A26** Quelles sont les limites de déplacement de la lentille (C_1) entre $O_{\min}$ et $O_{\max}$ (donner $\overline{IO_{\min}}$ et $\overline{IO_{\max}}$) ?
Quelle est la course nécessaire pour l'objectif ?
- A27** Quel intérêt / inconvénient voyez-vous à utiliser toute la surface de la lentille ?

3°) Projecteur de seconde génération

Pour réaliser un projecteur de seconde génération, on interpose une lentille (C_0) convergente entre la lampe et le diaphragme du montage précédent. Cette lentille est en général épaisse, mais pour les besoins de cet exercice, on supposera qu'elle est mince et qu'on se trouve toujours dans les conditions de Gauss (cf. figure ③). On remplace le diffuseur par un verre parfaitement transparent permettant de séparer thermiquement les deux parties du projecteur. On supposera qu'il est suffisamment fin pour qu'on puisse négliger le décalage du rayons qu'il induit.

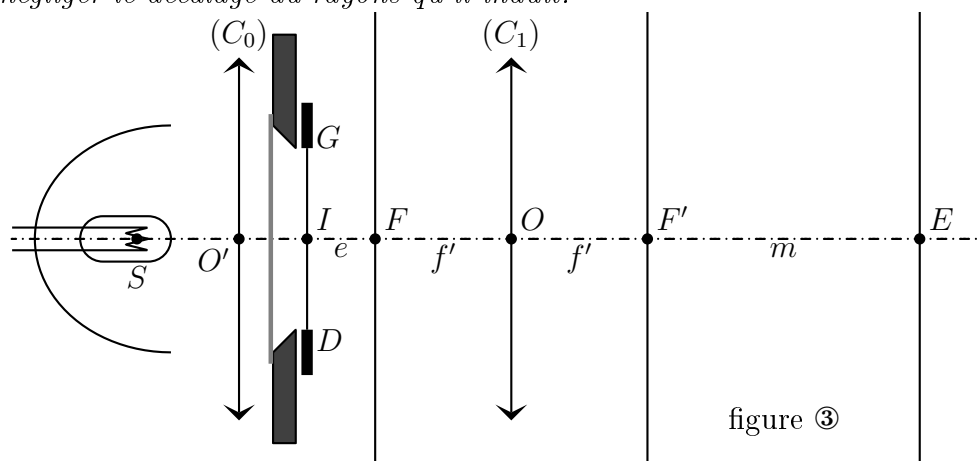


figure ③

- A31** On a placé la lentille convergente (C_0) de manière à ce que le pinceau lumineux issu de S englobe **toute la largeur de la diapositive** et se focalise en O , centre optique de la lentille (C_1).

Sur la figure A31 du document réponse :

- tracer l'enveloppe « utile » du pinceau lumineux entre S et E (définie par les rayons limites)

- contruire les images G' et D' de G et D respectivement (commentaire)
- indiquer explicitement la position du plan focal image de (C_0) .

A32 Donner la relation entre la distance focale image f'_0 de (C_0) et $\overline{O'O}$ pour un grandissement transversal associé à (C_0) $G_t = -4,0$.

A33 *Pour des raisons d'encombrement, on est contraint de fixer la distance $\overline{SI}$ à 5,0 cm.*

En déduire la valeur de la distance $\overline{SO'}$ pour une image nette pour une distance $\ell = 200$ cm.

A34 *Dans le cadre des conditions aux limites imposées pour le réglage de la netteté dans 2°), on a prévu de pouvoir déplacer la lentille (C_1) entre $O_{\min}$ et $O_{\max}$ déterminés en A25. Ceci implique un mouvement conjugué de (C_0) entre les positions $O'_{\min}$ et $O'_{\max}$.*

Donner les distances $\overline{SO'_{\min}}$ et $\overline{SO'_{\max}}$ correspondantes de manière à toujours respecter les conditions explicitées dans A31.

A35 Quelle est la relation entre la course $\Delta SO'$ de la lentille (C_0) et la course ΔIO de la lentille (C_1) ? Application numérique.

A36 Doit-on toujours mettre la diapositive dans le même sens ? Commenter.

A37 Quels sont les avantages à placer (C_1) au point conjugué de S par (C_0) .

NOM :

Les tracés d'optique étant délicats, le correcteur attachera une importance au soin et à la clarté du document rendu.

Figure A11

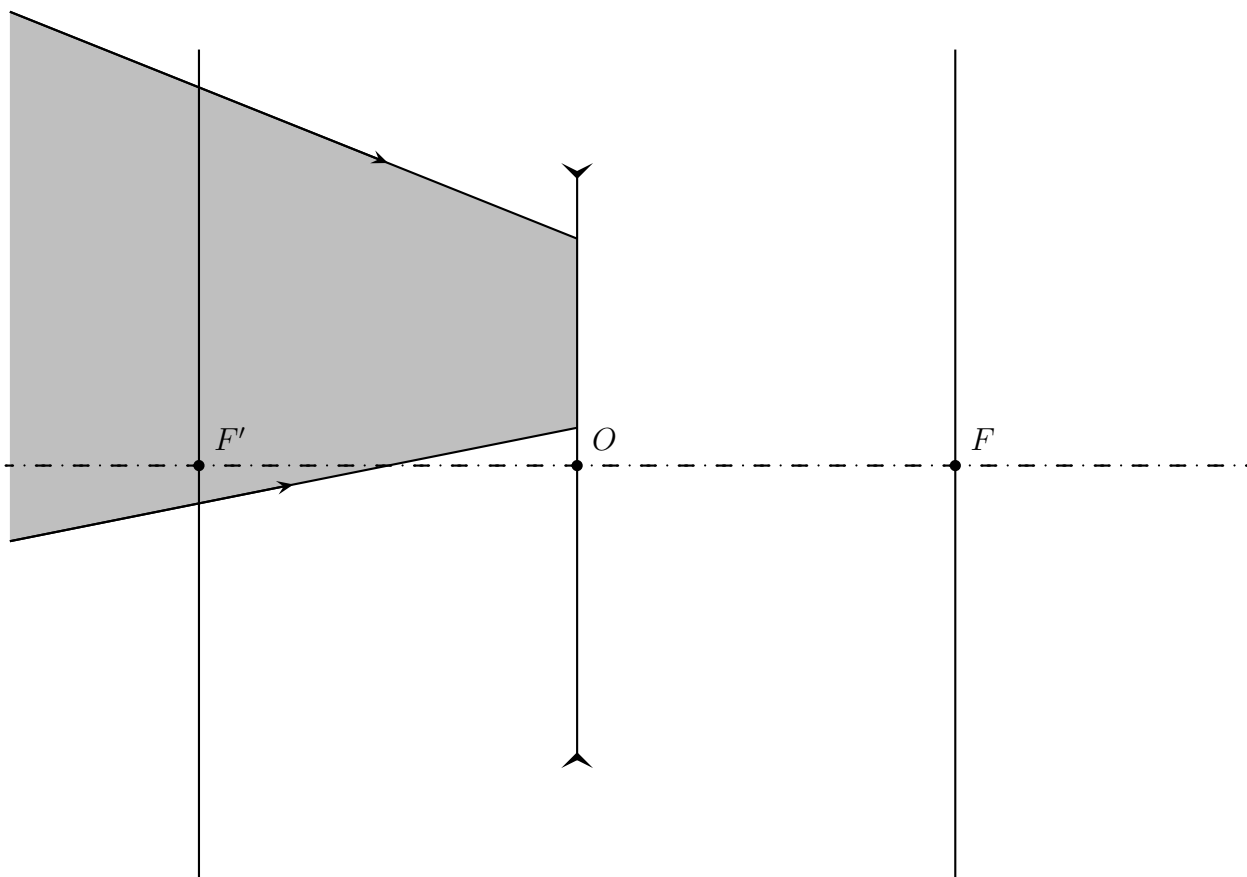


Figure A12b

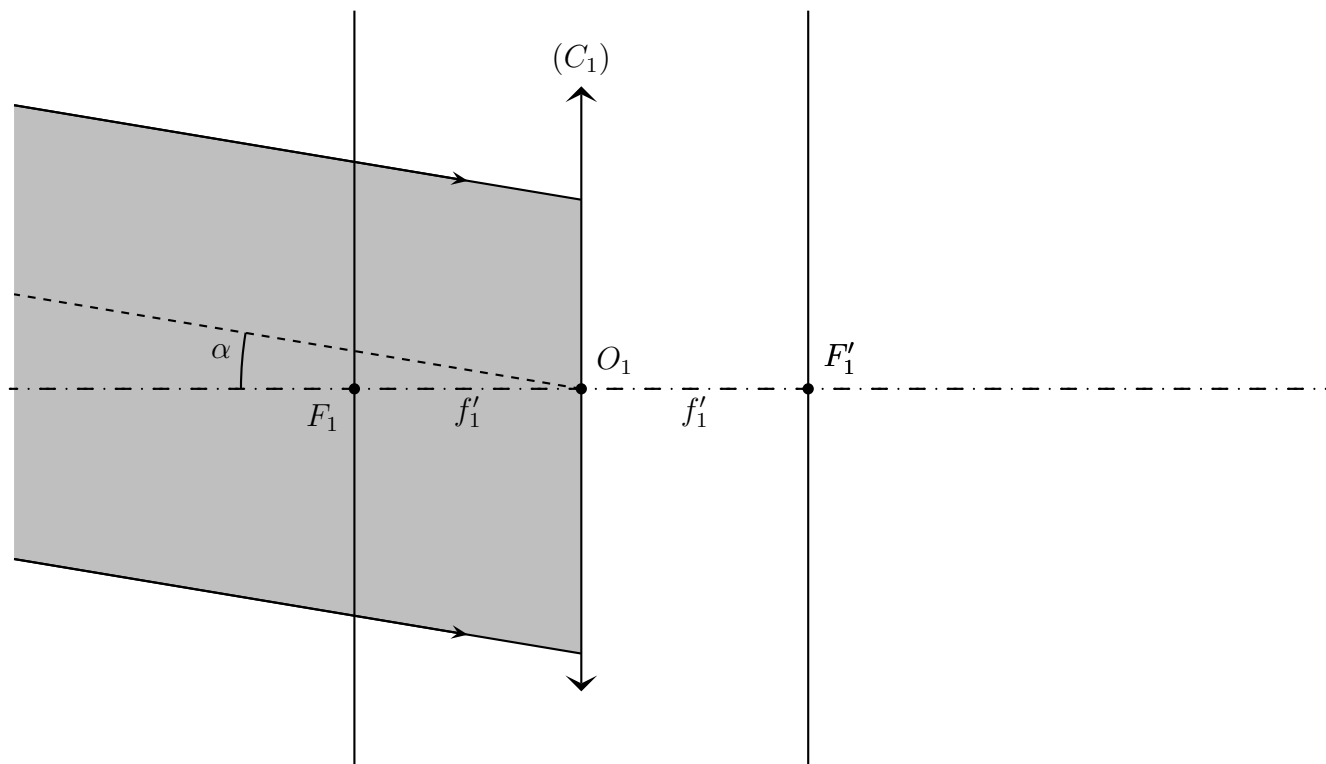


Figure A13b

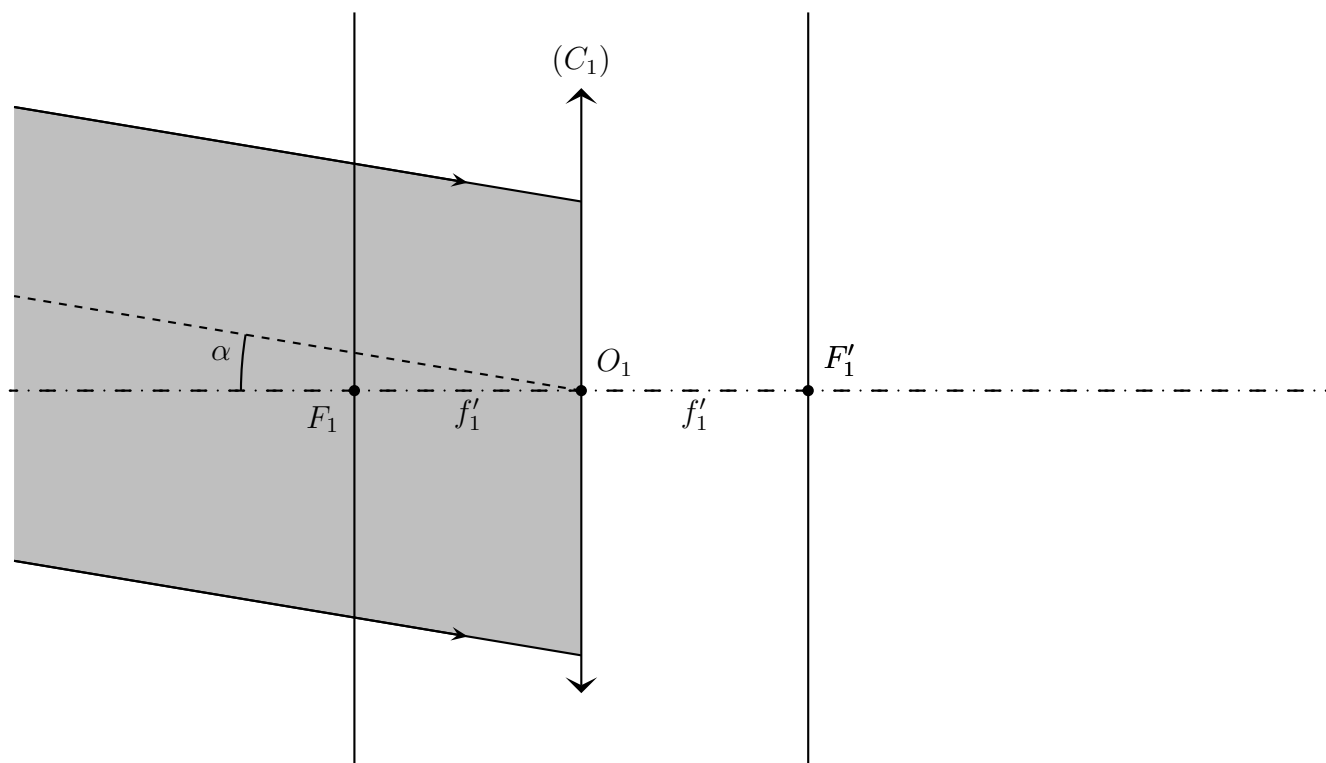


Figure A23

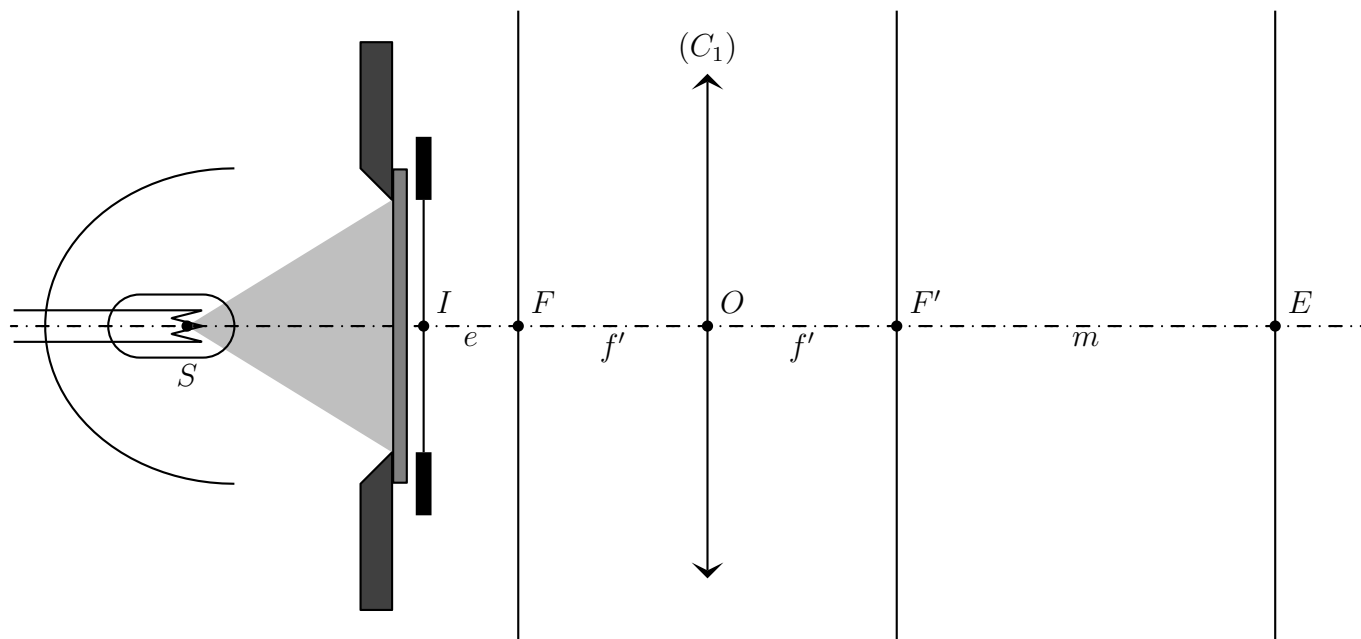
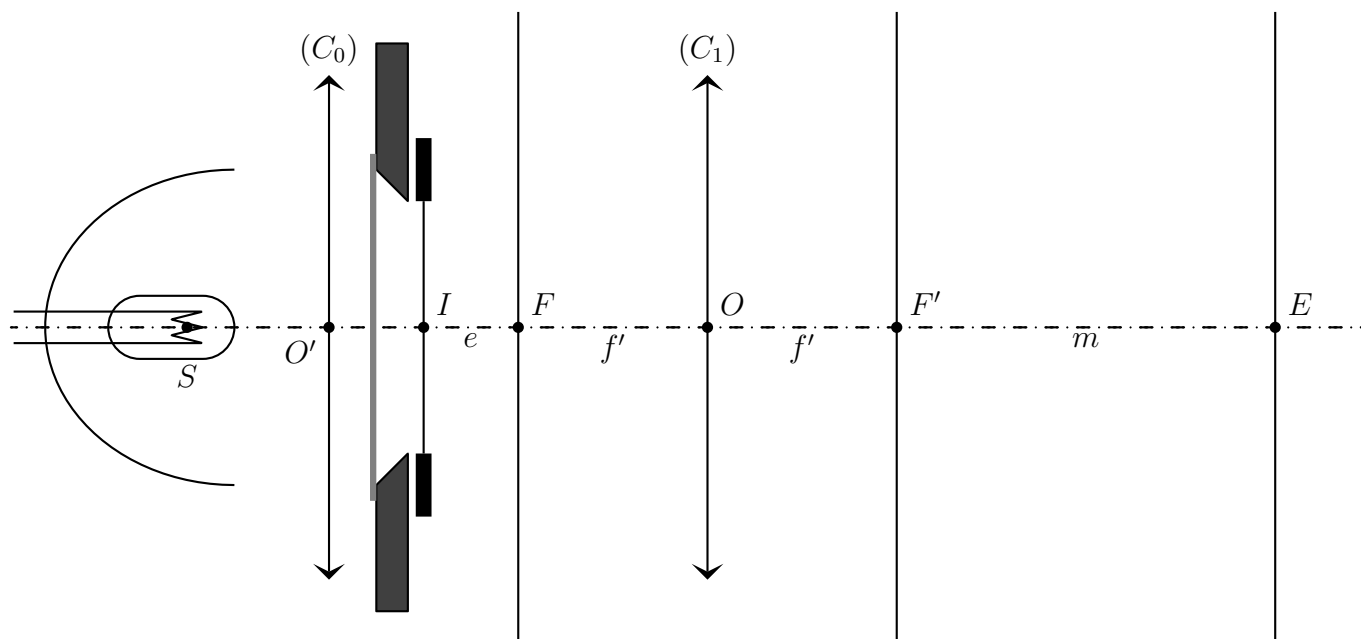


Figure A31



Corrigé écrit par Matthieu Rigaut (PCSI, Fabert, Metz) avec L^AT_EX. Les sources sont disponibles sur simple demande à matthieu.rigaut@prepas.org. Elles n'ont pas été fournies sur le DVD car elles ne sont pas compilables en l'état à cause de la présence nécessaire de mon fichier de macros.

Approche d'un projecteur de diapositives

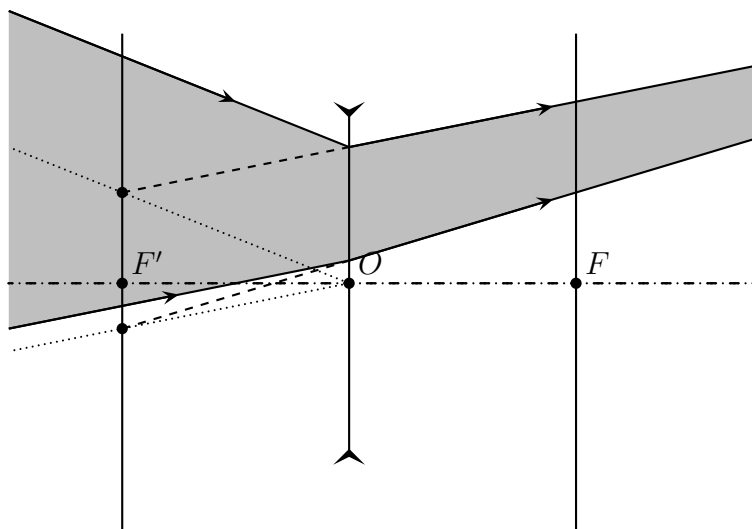
d'après Concours Communs Polytechniques filière PSI session 2007

1°) Préambule

 **A11.** Voir ci-contre.

 **A12a.** Pour que le système optique soit afocal, il faut que le plan focal objet de (C_2) soit confondu avec le plan image de (C_1) de telle sorte que l'on ait le schéma de principe suivant :

$$\infty \xrightarrow{(C_1)} F'_1 = F_2 \xrightarrow{(C_2)} \infty.$$



 **A12b.** Cela donne la construction suivante.

 **A12c.** Le rapport recherché n'est autre que $G = \frac{CD}{AB}$. Les triangles ABI et ICD étant homothétiques, on a immédiatement

$$G = \frac{CD}{AB} = \frac{f'_2}{f'_1} = \underline{0,33}.$$

 **Remarque :** en toute rigueur la largeur du faisceau se prend orthogonalement au faisceau ce qui ferait pour le faisceau incident, $\ell = \frac{AB}{\cos \alpha}$. Mais comme on se place dans les conditions de Gauss, $\alpha \ll 1$ et $\cos \alpha = 1$.

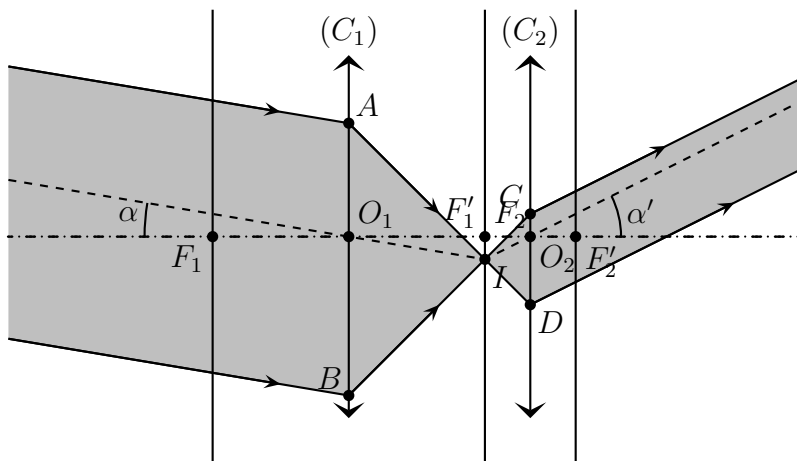
 **A12d.** En considérant le triangle $O_1F'_1I$ on a $F'_1I = O_1F'_1 \times \alpha = f'_1 \alpha$ et avec le triangle O_2F_2I on a

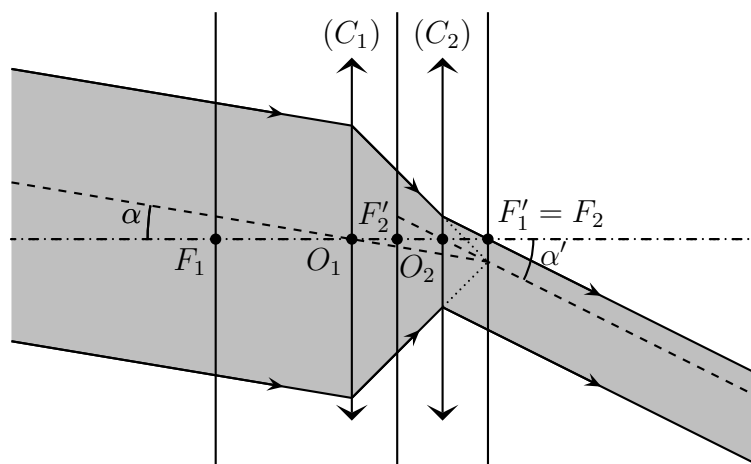
$$F_2I = -O_2F_2 \times \alpha' = -f'_2 \alpha' \text{ (car } \alpha' < 0\text{)}, \text{ ce qui donne } \boxed{\frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f'_1}{f'_2}}.$$

Le signe « $-$ » traduit le fait que l'image est renversée à travers le système optique.

 **A13a.** Les conditions pour avoir un système afocal sont les mêmes que pour le premier système optique : il faut que le foyer principal objet de (D_2) coïncide avec le foyer principal image de (C_1).

 **A13b.** La construction est faite ci-dessous.





A13c. Avec un raisonnement analogue à celui de la question A12c on trouve le même résultat, à savoir : $G = -\frac{f'_2}{f'_1}$.

Remarque : le signe « - » est nécessaire pour avoir un résultat positif étant donné que $f'_2 < 0$.

A13d. Le même raisonnement qu'en A12d aboutit à $\frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f'_1}{f'_2}$. Le résultat est, ici, positif, ce qui signifie que l'image n'est pas renversée.

A13e. Le système optique étant afocal, si le faisceau qui rentre est parallèle, il ressortira parallèle. En revanche, si le faisceau qui rentre n'est pas un faisceau parallèle, il ne sera pas, non plus, parallèle en sortie.

2°) Conception d'un projecteur de diapositives

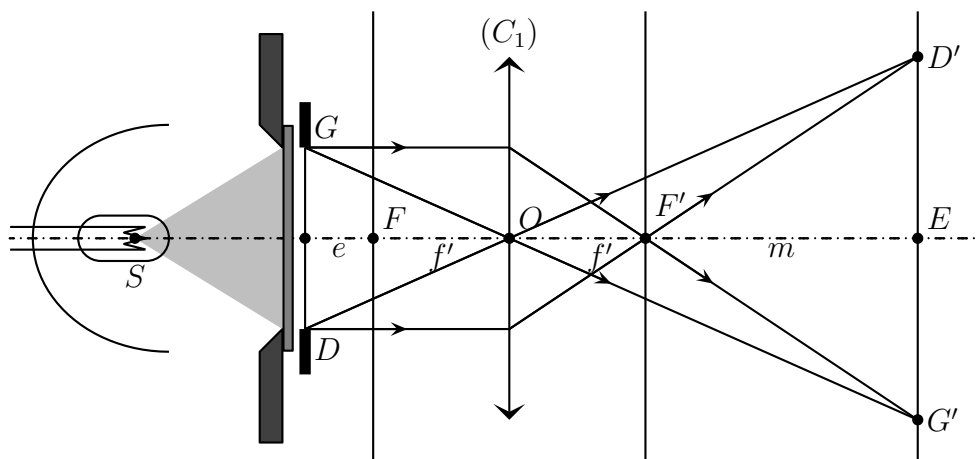
A21. Le grandissement nécessaire est tel que $|\gamma| = \frac{A'B'}{AB} = \frac{1,20 \text{ m}}{36 \text{ mm}} = 33,3333$. Étant donné qu'ici l'image et l'objet sont réels, comme le grandissement vaut $\gamma = \frac{OA'}{OA}$, il sera forcément négatif, ce qui

signifie qu'il faudra placer les diapositives à l'envers, *ie.* en leur ayant fait faire une demie rotation suivant l'axe optique.

Remarque : il ne faut pas retourner les diapo suivant l'axe vertical uniquement car si la projection remettrait alors correctement en place la droite et la gauche, il n'en serait pas de même pour le haut et le bas.

A22. Le diffuseur permet de faire en sorte que chacun des points de la diapositive émette des rayons lumineux dans toutes les directions.

A23. Voir figure ci-dessous.



Comme expliqué à la question A21, il faut placer la diapositive à l'envers pour la voir à l'endroit sur l'écran.

A24. Le grandissement vaut $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OE}}{\overline{OI}} = -\frac{\ell}{e + f'}$. Comme la relation de conjugaison de Newton s'écrit $\overline{F'A'}\overline{FA} = -f'^2$, on obtient $e = \frac{f'^2}{m}$, puis, avec $m = \ell - f' : \gamma = -\frac{\ell}{\frac{f'^2}{\ell - f'} + f'}$ dont

la solution est $f' = \frac{\ell}{1 - \gamma} = \underline{8,73786 \text{ cm}}$.

On en déduit alors $m = -\frac{\gamma\ell}{1 - \gamma} = \underline{2,91262 \text{ m}}$ et $e = -\frac{\ell}{\gamma(1 - \gamma)} = \underline{2,62136 \text{ mm}}$.

A25. Les grandissements associés valent $\gamma = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = 1 + \frac{\overline{OA'}}{\overline{F'O}} = 1 - \frac{\ell}{f'}$. Avec la valeur précédente de $f' : \gamma(\ell = 5,0 \text{ m}) = -\underline{56,2222}$ et $\gamma(\ell = 2,0 \text{ m}) = -\underline{21,8888}$.

Les largeurs de l'image valent alors : $L(\ell = 5,0 \text{ m}) = \underline{2,024 \text{ m}}$ et $L(\ell = 2,0 \text{ m}) = \underline{78,8 \text{ cm}}$.

A26. La relation de conjugaison de Newton s'écrit, ici, $\overline{FI}\overline{F'E} = -f'^2$ soit $\overline{IF} = \frac{f'^2}{\ell - f'}$. Et comme

$\overline{IO} = \overline{IF} + \overline{FO} = \overline{IF} + f'$, on a tout de suite $\overline{IO_{\min}} = \overline{IF_{\min}} + f' = \frac{f'^2}{\ell_{\max} - f'} + f' = \underline{8,89328 \text{ cm}}$

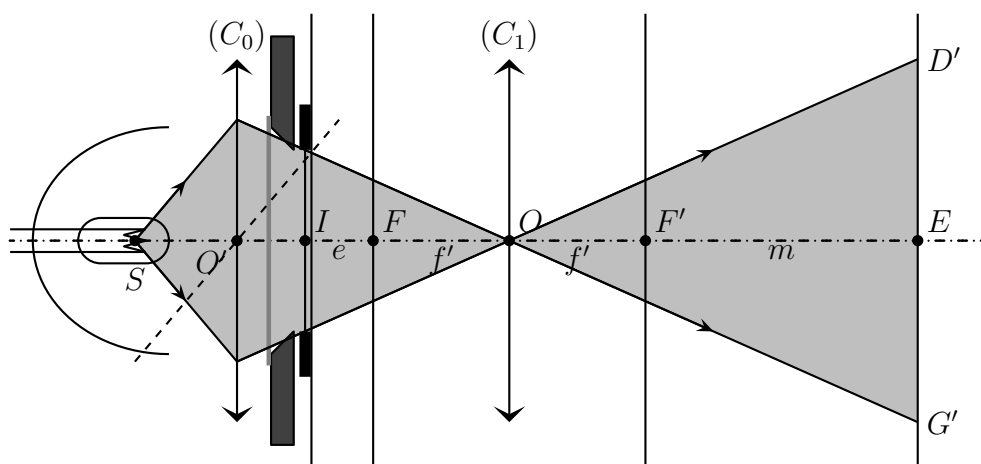
et $\overline{IO_{\min}} = \overline{IF_{\min}} + f' = \frac{f'^2}{\ell_{\max} - f'} + f' = \underline{9,13706 \text{ cm}}$.

La course associée vaut alors $\Delta O = \overline{O_{\min}O_{\max}} = \overline{IO_{\max}} - \overline{IO_{\min}} = \underline{2,43775 \text{ mm}}$

A27. Utiliser toute la surface de la lentille permet d'augmenter la luminosité de l'image sur l'écran en autorisant un maximum de rayons lumineux issus de chaque point objet à traverser le système optique. L'inconvénient est que cela peut engendrer des aberrations géométriques, *ie.* déformer légèrement l'image.

3°) Projecteur de seconde génération

A31.



Les points D' et G' images de D et G sont au même endroit que précédemment étant donné que la position relative de I et de O n'a pas changé.

 **A32.** Le grandissement s'écrit $G_t = \frac{\overline{F'_0 O}}{\overline{F'_0 O'}}$ où F'_0 est le foyer principal image de (C_0) . Cela donne

alors $G_t = \frac{\overline{OO'} - f'_0}{-f'_0}$ ou encore $\boxed{f'_0 = \frac{\overline{OO'}}{1 - G_t}}$.

 **A33.** Le grandissement de (C_0) s'écrit $G_t = \frac{\overline{O'O}}{\overline{O'S}} = \frac{\overline{O'S} + \overline{SO}}{\overline{O'S}}$ ce qui donne $\overline{O'S} = \frac{\overline{SO}}{G_t - 1}$ soit

$\boxed{\overline{SO'} = \frac{\overline{SI} + \overline{IO}}{1 - G_t} = \underline{2,82741} \text{ cm}}$ avec $\overline{IO} = \overline{IO_{\max}}$ de la question A26.

 **A34.** $\boxed{\overline{SO'_{\max}} = \underline{2,82741} \text{ cm}}$ correspond au résultat précédent. Et ainsi

$\boxed{\overline{SO'_{\min}} = \frac{\overline{SI} + \overline{IO_{\min}}}{1 - G_t} = \underline{2,77866} \text{ cm}}.$

 **A35.** Avec la relation précédente, on voit tout de suite que $\boxed{\Delta(SO') = \frac{\Delta IO}{1 - G_t} = \underline{0,487550} \text{ mm}}.$

 **A36.** Rien ne change du point de vue système optique pour la diapositive : l'image de G se fait toujours au même endroit, il faut donc placer la diapositive dans le même sens que précédemment, *ie.* à l'envers.

 **A37.** En faisant passer par le centre de (C_1) un maximum de rayons lumineux issus de S , les déformations de l'image dû aux aberrations géométriques de (C_0) sont minimisées. L'image sur l'écran est donc plus belle. En plus, en supprimant le diffuseur, on perd moins de lumière et l'image sur l'écran en devient plus lumineuse.